

CLASIFICACIÓN DEL FORMATO TRIDIMENSIONAL DE MATERIALES LÍTICOS DESDE UNA PERSPECTIVA GEOARQUEOLÓGICA

Formatu tridimentsionaleko harrizko materialen klasifikazioa ikuspuntu geoarkeologiko batetik

Classification des matériaux lithiques en format tridimensionnel du point de vue de la géo-archéologique

Antonio Tarrío

Centro Nacional de Investigación sobre la Evolución Humana (CENIEH)

Resumen

La clasificación de los formatos tridimensionales de materiales líticos en la actualidad es una cuestión sin resolver de un modo satisfactorio. Por esto se propone una nueva metodología y sistema de clasificación de formatos volumétricos de productos líticos de origen geológico y arqueológico. Se toma el prisma rectangular como formato geométrico de referencia para definir sus formatos tridimensionales. Se define el 'Prisma Mínimo', que es el que mejor se ajusta a los fragmentos y por lo tanto el de menor volumen. Cada prisma se puede definir por sus coordenadas absolutas (L, A, E) donde: Longitud (L) es el eje X , Anchura (A) es el eje Y , y Espesor (E) es el eje Z . Proyectando cada punto sobre un plano se generan unas nuevas coordenadas relativas (l, a, e) que, al ser todos sus valores positivos, quedan proyectados dentro de un plano triangular. Para construir el sistema de clasificación, sobre el triángulo generado o diagrama triangular, se dibujan las líneas que representan los índices de alargamiento y de carenado. Para representar mejor la dispersión de los puntos y poder trabajar con parámetros estadísticos, tras una transformación geométrica, el diagrama triangular se transforma en un diagrama definitivo cuadrangular. Esta clasificación se compara con las propuestas geológicas y arqueológicas recogidas en la literatura científica y se aplica a dos de estos ejemplos clásicos.

Palabras clave

Formato de Partícula Tridimensional, Prisma Mínimo, Índice de Alargamiento, Índice de Carenado, Diagrama Triangular, Diagrama Cuadrangular, Producto Lítico Clástico, Industria Lítica Prehistórica.

Laburpena

Formatu tridimentsionala duten harrizko materialen klasifikazioa, gaur egun, guztiz konpondua ez dagoen eztabaida bat da. Horregatik, jatorri geologikoa eta arkeologikoa duten bolumentun produktuen klasifikazio sistema berri bat proposatzen da. Angeluzuzeneko prisma hartzen da, formatu geometrikoen erreferentziatzat, formatu tridimentsionalak definitzeko. "Prisma minimoa" definitzen da, zeina, hoberen egokitzen den zatietara eta ondorioz, bolumen gutxien duenera. Prisma bakoitza bere koordinatu absolutuen (L, A, E) bidez defini daiteke, non: Longitudea (L) X ardatza den, Zabalera (A) Y ardatza eta Lodiera (E) Z ardatza. Puntu bakoitza plano batean proiektatuz koordinatu erlatibo berriak (l, a, e) sortzen dira, zeinaren balore guztiak positiboak direnez, hiru angeluko plano batean proiektatuak geratzen dira. Klasifikazio sistema eraikitzeko, sortutako trianguluan edota diagrama trianguluarrean, luzapen eta karenatze adierazgarriak azaltzen dira. Puntuaren dispersioa hobeto azaldu ahal izateko, eta balore

estatistikoekin lan egin ahal izateko, transformazio geometriko baten ondoren, diagrama triangeluarra, lau angeluko diagrama batean bihurtzen da. Klasifikazio hau, literatura zientifikoan bildu diren proposamen geologiko eta arkeologikoekin konparatzen da eta bi adibide klasiko hauei aplikatzen zaie.

Hitz-gakoak

Partikula tridimentsionaleko formatua, Prima minimoa, luzapen adierazgarria, karenatze adierazgarria, Hiru angeluko diagrama, Lau angeluko diagrama, Harri klastiko produktua, Aurrehistoriako harri industria.

Résumé

La classification des formats tridimensionnels de matériaux lithiques est actuellement une question non résolue de manière satisfaisante. Par conséquent une nouvelle méthodologie et système de classification des formats volumétriques des produits d'origine géologique et archéologique est proposé. Le prisme rectangulaire est prise comme format géométrique de référence pour déterminer leur formats tridimensionnels. Le "Prisme Minimal", qui est le mieux adapté aux fragments et par conséquent ce de plus faible volume, est défini. Chaque prisme peut être définie par ses coordonnées absolues (L, A, E) où: Longueur (L) est l'axe X , Largeur (A) est l'axe Y , et Épaisseur (E) est l'axe Z . Par la projection de chaque point sur un plan, des nouvelles coordonnées relatives se posent (l, a, e) qui, pour avoir valeur positive, se reflètent dans un plan triangulaire. Pour construire le système de classification, sur le triangle généré ou diagramme triangulaire, les lignes qui représentant les indices d'allongement et de carénage sont dessinés. Pour une meilleure représentation de la dispersion des pointes et pour travailler avec des paramètres statistiques, après une transformation géométrique, le diagramme triangulaire se transforme en une diagramme quadrangulaire définitive. Cette classification est comparée avec des propositions géologiques et archéologiques recueillis dans la littérature scientifique et appliqué à deux de ces exemples classiques.

Mots clés

Format de Particule Tridimensionnelle, Prisme Minimal, Indice d'Allongement, Indice de Carenage, Diagramme Triangulaire, Diagramme Quadrangulaire, Produit Lithique Clastique, Industrie Lithique Préhistorique.

* * *

1. Introducción

En este trabajo se profundiza en la nueva metodología y sistema de clasificación para describir formatos tridimensionales de materiales líticos (TARRIÑO, 2014). Se revisan las diferentes propuestas de clasificación que nos han llegado desde la literatura geológica y arqueológica y que justifican la pertinencia de poder aplicar un modelo tridimensional de clasificación de productos líticos clásticos.

En este sentido cualquier partícula lítica de origen geológico o arqueológico puede ser clasificada por tres de sus propiedades fundamentales: (a) Composición, (b) Tamaño y (c) Forma (GRIFFITHS, 1967).

Mientras que la composición de las rocas puede ser descrita y clasificada por la Petrología; la clasificación del tamaño de grano de los clastos es un problema solucionado y ampliamente aceptado por la comunidad científica desde principios del siglo pasado (UDDEN, 1914; WENTWORTH, 1922a; KRUMBEIN, 1934).

La Tipometría, entendida como el formato tridimensional, es una de las 4 estructuras morfotécnicas empleadas para describir y definir las industrias líticas prehistóricas propuestas por la Tipología Analítica (LAPLACE, 1974). Podemos decir que es la que menos atención analítica ha recibido. Probablemente esto

sea debido a que, como comentan Sneed y Folk (1958: 123), no es posible representar la morfología tridimensional con un simple número: “Unfortunately, the concept of form cannot be expressed by a single number, just as in any ternary system the composition of a given mixture cannot be expressed by a single number, rather a pair of numbers (percentages) is required.”. Es una cuestión que la literatura científica no ha resuelto de un modo totalmente satisfactorio de modo que, en la actualidad, todavía no existe un método de clasificación de formatos volumétricos que sea universalmente empleado.

La literatura geológica ha buscado formatos geométricos tridimensionales como modelos de referencia para construir sistemas de clasificación de formas. De este modo, Krumbein (1942) propuso el elipsoide como forma de referencia (Fig. 1a), Aschembrenner (1956) sugiere el tetradecaedro, que es uno de los 13 cuerpos de Arquímedes que se conforma truncando los 6 vértices de un octaedro (Fig. 1b) y Sneed y Folk (1958) representan las formas de las partículas como prismas rectangulares o cuboides (Fig. 1c).

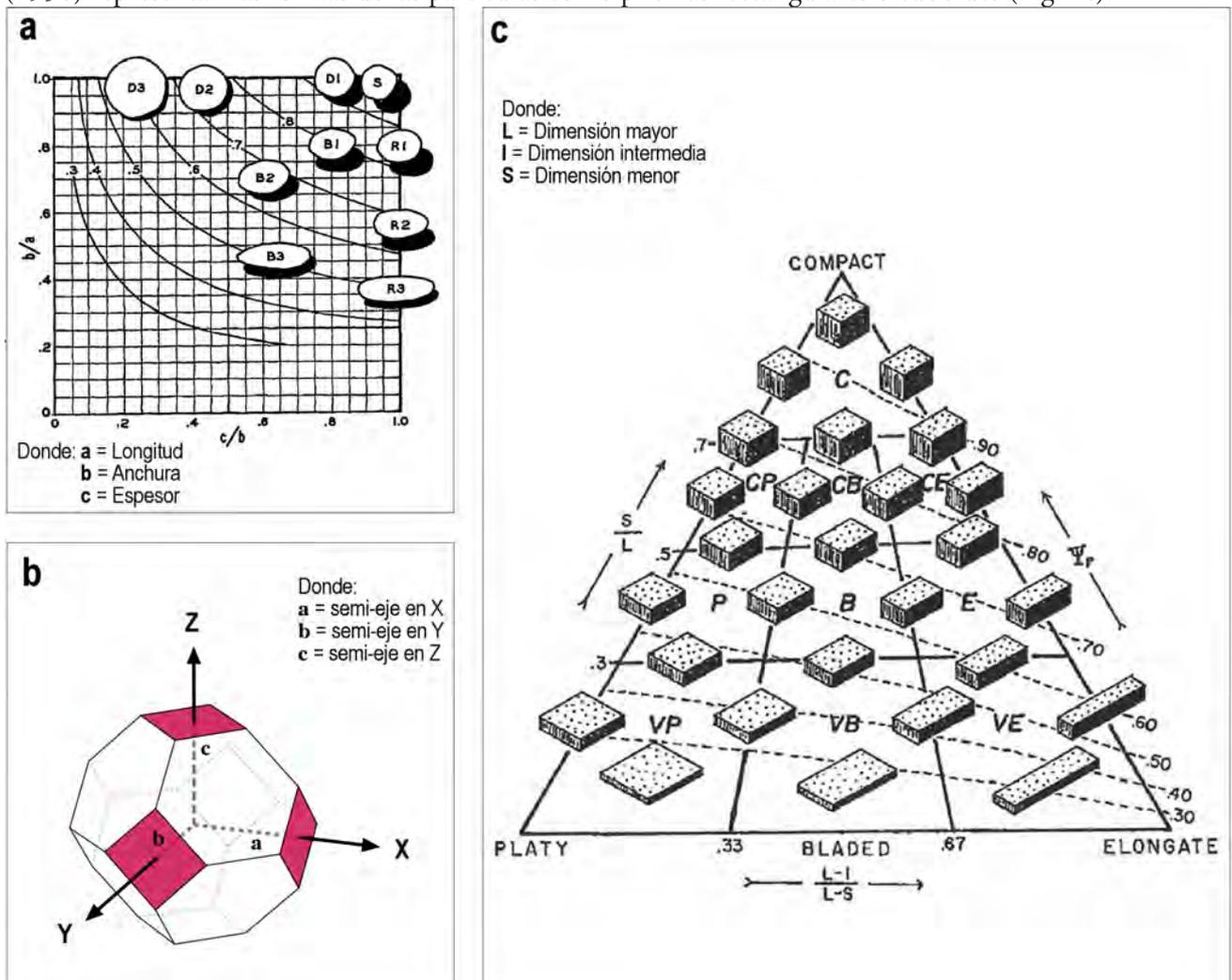


Figura 1. (a) Gráfico original dibujado sobre el diagrama de Zingg, con los elipsoides propuestos por Krumbein como formatos geométricos estándar (KRUMBEIN, 1942 modificado). (b) Tetradecaedro como formato de referencia propuestos por Aschembrenner (1956). El tetradecaedro es un octaedro truncado construido por la eliminación de las seis cúspides piramidales de base cuadrada. (c) Diagrama triangular original of Sneed and Folk (1958). Las formas de la partículas están dibujadas por una serie de prismas rectangulares.

En este sentido, el elipsoide ha sido generalmente aceptado y utilizado como formato geométrico estándar en sedimentología, desde Wadell (1932) hasta la actualidad, pero dicho formato no es aplicable para los restos líticos prehistóricos semi angulares (Fig. 2).

Por otra parte, el área y el volumen del tetradecaedro puede ser fácilmente calculado. Pero es una forma que nunca ha sido citada en publicaciones científicas por sus planos y esquinas inadecuados (FLEMMING, 1965).



Figura 2. Restos líticos procedentes del taller gravetiense de Mugarduia sur (Urbasa, Navarra).

Finalmente, los prismas rectangulares tienen la ventaja de ser formas descriptivas simples que han sido empleadas ampliamente por la literatura (*e. g.* SNEED y FOLK, 1958; DOBKINS y FOLK, 1970; GUILBAUD, 1985; DAVIS, 1986; ILLENBERGER, 1991; BENN y BALLANTYNE, 1992, 1993; HOFMANN, 1994; BLOTT y PYE, 2008). Este modelo de referencia además es una figura geométrica que se adapta muy bien a los formatos volumétricos que presentan los restos líticos prehistóricos, sobre todo cuando se trata de productos largos o laminares tan frecuentes en la industria lítica de los yacimientos arqueológicos.

2. Las dimensiones como ejes de representación

En este trabajo se toma el prisma rectangular como modelo geométrico estándar de clasificación.

Para ello se definen prismas rectangulares a partir de los ejes X , Y , Z del espacio tridimensional rectangular o euclídeo, donde el eje X es la Longitud (L); el eje Y es la Anchura (A) y el eje Z es el Espesor (E) (Fig. 3a).

Pero se necesita hacer una importante clarificación. Cuando se analizan clastos o fragmentos de origen geológico, que habitualmente no pueden orientarse (KRUMBEIN, 1941), la Longitud será siempre la dimensión mayor (L), la anchura será la dimensión intermedia (I) y el espesor la dimensión menor (S), siguiendo la terminología de Sneed y Folk (1958), (Fig. 3a) y entonces $L \geq I \geq S$.

También hay que tener en cuenta que los restos líticos de origen arqueológico pueden orientarse a partir del talón. Es por esta razón por la que en dichos restos la Longitud (L) puede ser mayor, igual o menor que la Anchura (A), la cual a su vez puede ser también mayor menor o igual que el Espesor (E) y por lo tanto: $L \gtrsim A \gtrsim E$.

Esta variación en el significado de las dimensiones, según se trate de clastos geológicos o arqueológicos, es la razón por la que los mismos índices y sus rangos de variación puedan tener diferentes valores (Tabla. 1).

CLASTOS GEOLÓGICOS		CLASTOS ARQUEOLÓGICOS	
DIMENSIONES	RANGO ^a	DIMENSIONES	RANGO ^a
Dimensión mayor (L)	0.33 – 1	Longitud (L)	0 – 1
Dimensión intermedia (I)	0 – 0.5	Anchura (A)	0 – 1
Dimensión menor (S)	0 – 0.33	Espesor (E)	0 – 1

a. Para obtener los Rangos las dimensiones han sido recalculadas como porcentajes.

Tabla 1. Valores de las dimensiones y rangos de variación dependiendo de si los clastos o partículas son de origen geológico o arqueológico.

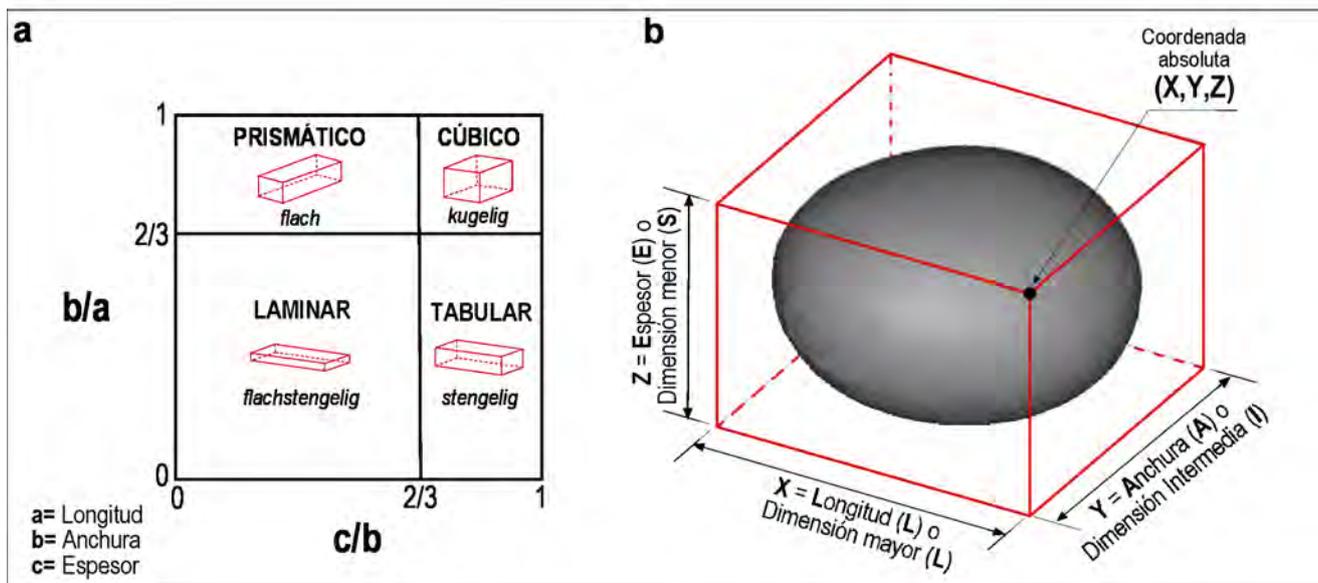


Figura 3. (a) Diagrama de clasificación de formas y terminología propuesta por Zingg (1935). I) flach: Prismático; II) kugelig: Cúbico; III) flachstengelig: Laminar; IV) stengelig: Tabular, donde a es longitud, b es anchura y c es espesor. (b) El 'prisma mínimo' es definido por sus coordenadas absolutas: (L, A, E). Canto de cuarcita procedente del Río Duero (Valladolid, España). La orientación del canto se ha realizado según la propuesta de Sneed y Folk (1958).

Si tomamos como dimensiones de referencia aquellas en las que $L > A > E$, se denominará relación o cociente directo aquel en el que su numerador sea mayor que el denominador. Para las tres dimensiones: L, A, E , tendremos tres relaciones que cumplen esta condición: L/A (índice de alargamiento) y L/E o A/E (índice de carenado).

En geología los primeros intentos de cuantificar la forma de las partículas usando una combinación de sus tres dimensiones fueron realizados a comienzos del siglo pasado (ZING, 1935; WENTWORTH, 1936; HEYWOOD, 1938). Tenemos tres relaciones directas en las que sus valores pueden oscilar entre 1 e infinito (∞) y sus inversas con valores que varían entre 0 y 1 (Tabla. 2). Fue esta particularidad de las

RAZÓN ABSOLUTA	ÍNDICE		FÓRMULA	RANGO	AUTOR
FRAGMENTOS GEOOLÓGICOS ($L \geq I \geq S$)	WEI	Wentworth Elongation Index	L/I	1 - ∞	Wentworth (1936)
	WFI	Wentworth Flatness Index	L/S	1 - ∞	Wentworth (1936)
	HFI	Heywood Flatness Index	I/S	1 - ∞	Heywood (1938)
	ZEI	Zingg Elongation Index	I/L	0 - 1	Zingg (1935)
	S&FFI	Sneed & Folk Flatness Index	S/L	0 - 1	Sneed and Folk (1958)
	ZFI	Zingg Flatness Index	S/I	0 - 1	Zingg (1935)
	BEI	Bordes Elongation Index	L/A	0 - ∞	Bordes (1961)
	LFI	Laplace Flatness Index	L/E	0 - ∞	Laplace (1974a)
	BFI	Bordes Flatness Index	A/E	0 - ∞	Bordes (1961)
	B&WEI	Bohmers & Wouters Elongation Index	A/L	0 - ∞	Bohmers and Wouters (1956)
FRAGMENTOS ARQUEOLÓGICOS ($L \geq W \geq T$)	AFI _w	Absolute Flatness Index _{width}	E/L para $A > L$	0 - ∞	Este artículo
	AFI _l	Absolute Flatness Index _{length}	E/A para $L > A$	0 - ∞	Este artículo
	RWEI	Relative Wentworth Elongation Index	$L/(I+L)$	0.5 - 1	Este artículo
	RWFI	Relative Wentworth Flatness Index	$L/(S+L)$	0.5 - 1	Este artículo
	RHFI	Relative Heywood Flatness Index	$I/(S+I)$	0.5 - 1	Este artículo
	RZEI	Relative Zingg Elongation Index	$I/(L+I)$	0 - 0.5	Este artículo
	RS&FFI	Relative Sneed & Folk Flatness Index	$S/(L+S)$	0 - 0.5	Este artículo
	RZFI	Relative Zingg Flatness Index	$S/(I+S)$	0 - 0.5	Este artículo
	RBEI	Relative Bordes Elongation Index	$L/(A+L)$	0 - 1	Este artículo
	RLFI	Relative Laplace Flatness Index	$L/(E+L)$	0 - 1	Este artículo
FRAGMENTOS ARQUEOLÓGICOS ($L \geq W \geq T$)	RBFI	Relative Bordes Flatness Index	$A/(E+A)$	0 - 1	Este artículo
	RB&WEI	Relative Bohmers & Wouters Elongation Index	$A/(L+A)$	0 - 1	Este artículo
	RFI _w	Relative Flatness Index _{width}	$E/(L+E)$ para $A > L$	0 - 1	Este artículo
	RFI _l	Relative Flatness Index _{length}	$E/(A+E)$ para $L > A$	0 - 1	Este artículo

Tabla 2. Posibles fórmulas entre las tres dimensiones según se trate de fragmentos geológicos o arqueológicos y cocientes absolutos o relativos. En sombreado los índices empleados en la clasificación propuesta.

relaciones inversas de presentar valores entre 0 y 1 lo que aprovechó Zingg (1935) para crear su gráfico de representación de formas (Fig. 3a).

En arqueología, aunque el concepto de alargamiento había sido ampliamente utilizado para diferenciar fragmentos largos de cortos (lascas de láminas por ejemplo), no fue hasta mediados del siglo pasado cuando se cuantificó el índice de alargamiento por primera vez para clasificar artefactos de industrias líticas prehistóricas. Se aplicó la relación inversa A/L en el estudio de la industria lítica de un gran número de yacimientos del Paleolítico y Mesolítico de Holanda (BOHMERS y WOUTERS, 1956). Poco tiempo después, Bordes (1961) para clasificar bifaces del Paleolítico inferior y medio propone el cálculo del alargamiento como: L/A y el de carenado como A/E . Posteriormente, Laplace (1974a) propone otro índice de carenado como: L/E , para aplicarlo cuando los fragmentos líticos son más anchos que largos.

Según tomemos las relaciones directas o inversas y que se apliquen a clastos geológicos o arqueológicos podremos obtener un total de 12 índices producidos por el simple cociente de dos dimensiones de un clasto cualquiera. Si además consideramos sus valores relativos (porcentajes), obtendremos un total de 24 índices (Tabla. 2). Otras combinaciones más complejas de las dimensiones, tales como índices y fórmulas relativas a las formas y tamaños han sido propuestas por diferentes autores (Tabla. 3).

3. Definición de ‘prisma mínimo’

Un fragmento rocoso o clasto lítico puede ser circunscrito por cualquier prisma rectangular. Independientemente de la morfología de la partícula, hay infinitas posibles orientaciones para estos prismas rectangulares. Pero de entre todas ellas hay una singular, la de menor volumen, representada por el prisma que mejor se adapta a la forma del fragmento. Este prisma único es el que denominamos ‘prisma mínimo’.

En este sentido también han sido descritos en la literatura geológica conceptos bidimensionales como el ‘*maximum projection plane*’ (KRUMBEIN, 1941) y más recientemente se ha empleado el ‘*smallest projected area*’ (MCLANE, 1995) o, para representaciones tridimensionales el ‘*pebble box*’ (IBBEKEN y DENZER, 1988), el ‘*enclosing box*’ (MCLANE, 1995) o el ‘*smallest box*’ (BLOTT y PYE, 2008) y otros.

En la literatura arqueológica, el concepto de módulo bidimensional ha sido aplicado a los productos de la industria lítica prehistórica como el ‘*rectangle minimal*’ (LAPLACE, 1974a). Mientras que el concepto de módulo tridimensional fue definido como ‘*prisme directeur*’ (THOMAS, 1973) que ha sido posteriormente utilizado por Guilbaud (1985) y recientemente por Aguirre (2008 y 2013).

Los restos líticos arqueológicos se pueden orientar siguiendo el procedimiento descrito por Möberg (1964) y generalizado por Laplace (1974a, 1976, 1977). Los fragmentos se apoyan sobre su cara ventral y el ‘prisma mínimo’ se orienta como sigue:

- (a) El borde proximal (talón) se coloca tocado el plano $X-Z$ al menos en un punto.
- (b) El borde izquierdo se coloca tocando el plano $Y-Z$ al menos en un punto.
- (c) El borde distal se sitúa a la máxima distancia del plano $X-Z$.

Este procedimiento permite fijar las tres dimensiones de manera inequívoca para determinar los índices de alargamiento y carenado de modo que podremos encontrar objetos más anchos que largos (por ejm. Lascas anchas) o más espesos que anchos (como por ejm. Golpes de buril), etc. (Fig. 4).

NOMBRE DEL ÍNDICE	FÓRMULA	RANGO	AUTOR
FI^a	$(L+I)/S$	1 - ∞	Wentworth (1922b)
IS^a	$((S \cdot I)/L^2)^{1/3}$	0 - 0.52	Krumbein (1941)
CFT^a	$(L+I)/2S$	1 - ∞	Cailleux (1945)
CSI^a	$S/(L \cdot I)^{1/2}$	0 - 3	Corey (1949)
AF^a	$(L \cdot S)/I^2$	0 - ∞	Aschenbrenner (1956)
π^a	$(S \cdot 100)/L$	0 - 100	Lüttig (1956)
σ^a	$(I \cdot 100)/L$	0 - 100	Lüttig (1956)
DRI^a	$(L-I)/(L-S)$	0 - 1	Sneed y Folk (1958)
MPS^a	$(S^2/(L \cdot I))^{1/3}$	0 - 0.6	Sneed y Folk (1958)
WSF^a	$1 - ((L \cdot S)/I^2)$ cuando $I^2 > L \cdot S$ $(I^2/(L \cdot S)) - 1$ cuando $L \cdot S > I^2$	0 - 1 -1 - 0	Williams (1965)
ND^a	$(L \cdot I \cdot S)^{1/3}$	0 - 0.02	Williams (1965)
GM^b	$(L \cdot W \cdot T)^{1/3}$	0 - 0.33	Tarrío (2014)
JFF^a	$S/((L^2 + I^2 + S^2)/3)^{1/2}$	0 - 1	Janke (1966)
OPI^a	$((((L-I)/(L-S)) - 0.5)/(L/S))^* 10$	-5 - 5	Dobkins y Folk (1970)
HFI^a	$(L-I+S)/L$	0 - 1	Hockey (1970)
FGI^a	$(L^*W)^{1/2}/T$	0 - ∞	Laplace (1974b)
M^a	$(L+I+S)/3$	0.33	Illenberger (1991)
AM^b	$(L+W+T)/3$	0.33	Tarrío (2014)
V^a	L·I·S	0 - 0.04	Illenberger (1991)
MPV^b	L·W·T	0 - 0.04	Tarrío (2014)
RI^a	$(S+I)/L$	0 - ∞	Illenberger (1991)
II^a	$(L+S)/I$	0 - ∞	Illenberger (1991)
RMPV	$3^3 \cdot (L \cdot A \cdot E) \cdot 100 / (L + A + E)^3$	0 - 1	Este artículo

a. Cuando $L \geq I \geq S$, aplicado a clastos geológicos

b. Cuando $L \geq W \geq T$, aplicado a clastos arqueológicos

Tabla 3. Índices de formas y fórmulas relativas a las dimensiones citados en la literatura donde las dimensiones son los únicos parámetros involucrados.

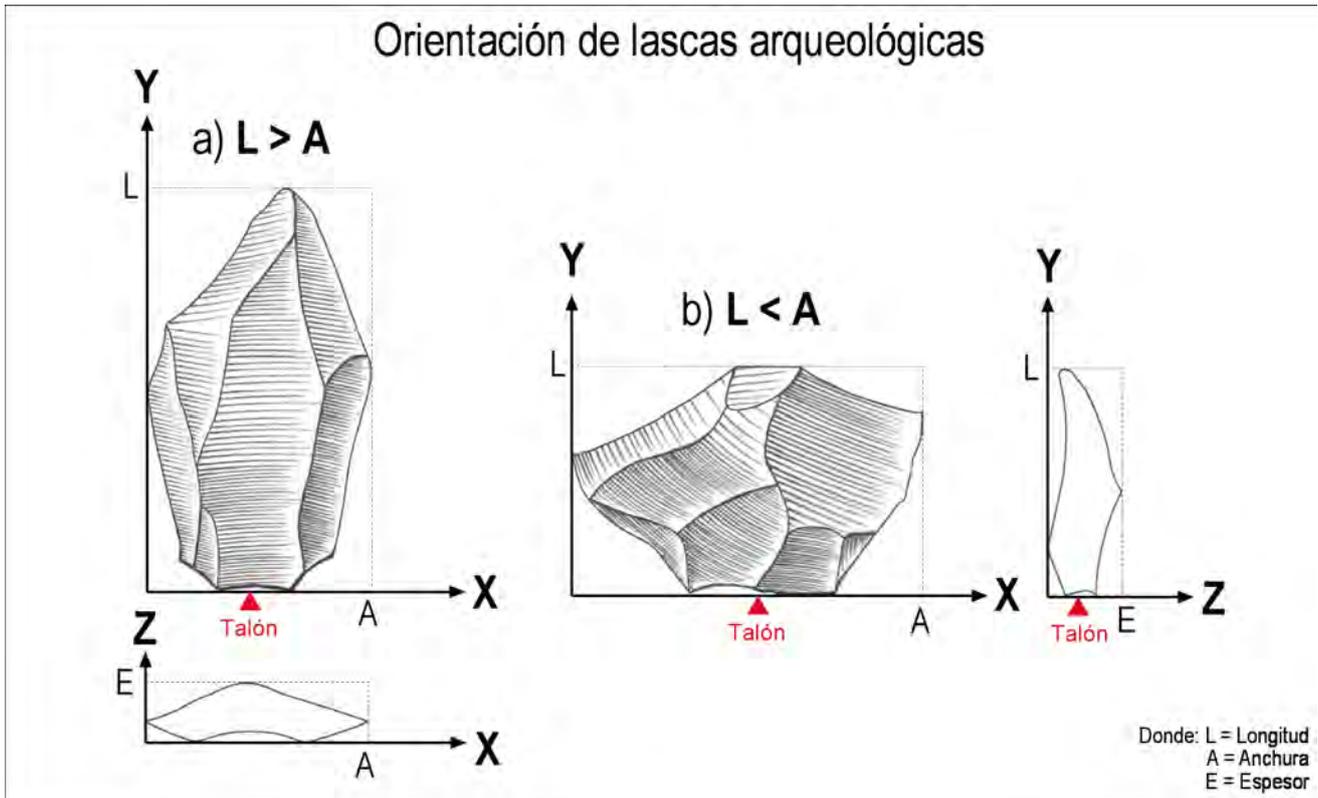


Figura 4. Orientación de lascas arqueológicas: Dos lascas colocadas sobre su cara ventral y orientadas a partir del talón; a) Lasca más larga que ancha, b) Lasca más ancha que larga (LAPLACE, 1974a, dibujo completado por J.M. Tarrío).

4. El diagrama triangular

La representación de las morfologías tridimensionales pueden ser simplificadas haciendo una proyección en un plano auxiliar que convertirá el espacio tridimensional en un espacio bidimensional (Fig. 5a). Para facilitar la proyección se elige como plano auxiliar de proyección uno que intersecte equidistante en la parte positiva de los ejes (X, Y, Z) plano que queda reducido a un triángulo equilátero.

Se realiza una proyección cónica de modo que la unión entre cada punto de coordenadas absolutas (L, A, E) y el origen (0, 0, 0) intersecta al plano triangular generando un punto proyectado de coordenadas relativas (l, a, e). Dichas coordenadas relativas las podremos expresar como un porcentaje de sus sumas:

$$l = L/(L + A + E) \quad (1)$$

$$a = A/(L + A + E) \quad (2)$$

$$e = E/(L + A + E) \quad (3)$$

Cada nuevo punto simboliza un 'prisma mínimo', independientemente de su tamaño todos los prismas proporcionales son proyectados en el mismo punto (Fig. 5a).

El conjunto de todos los posibles valores proyectados queda constreñido a un plano triangular (diagrama triangular) que cumple la particularidad que la suma de sus tres coordenadas presenta un valor constante (n):

$$\text{Ecuación del plano triangular: } l + a + e = n$$

Donde n es un número real positivo: $0 \geq l \geq n, 0 \geq a \geq n, 0 \geq e \geq n$.

El criterio asumido en este trabajo para representar las tres variables del triángulo es el empleado por Hofmann (1994): longitud (L) en el vértice inferior derecho; anchura (A) en el vértice inferior izquierdo y espesor (E) en el vértice superior (Fig. 5b).

En este triángulo, las líneas que conectan cada vértice con el punto central del lado opuesto (bisectores) se intersectan en el ortocentro. Este es el lugar geométrico donde se proyecta la forma cúbica ya que es el punto donde $L = A = E$. El triángulo queda dividido en 6 pequeños triángulos rectángulos (Fig. 5b), siendo el inferior derecho el espacio geométrico que cumple la condición de que: $L > A > E$ y por lo tanto el lugar donde se proyectarán los clastos geológicos que, por definición al no orientarse, siempre cumplen dicha condición.

Una fórmula para computar estas proyección con las coordenadas bidimensionales (u, v) es la siguiente:

$$u = (\tan(\pi/3)L + \tan(\pi/3)A)/(L + A + E)$$

$$v = A/(L + A + E)$$

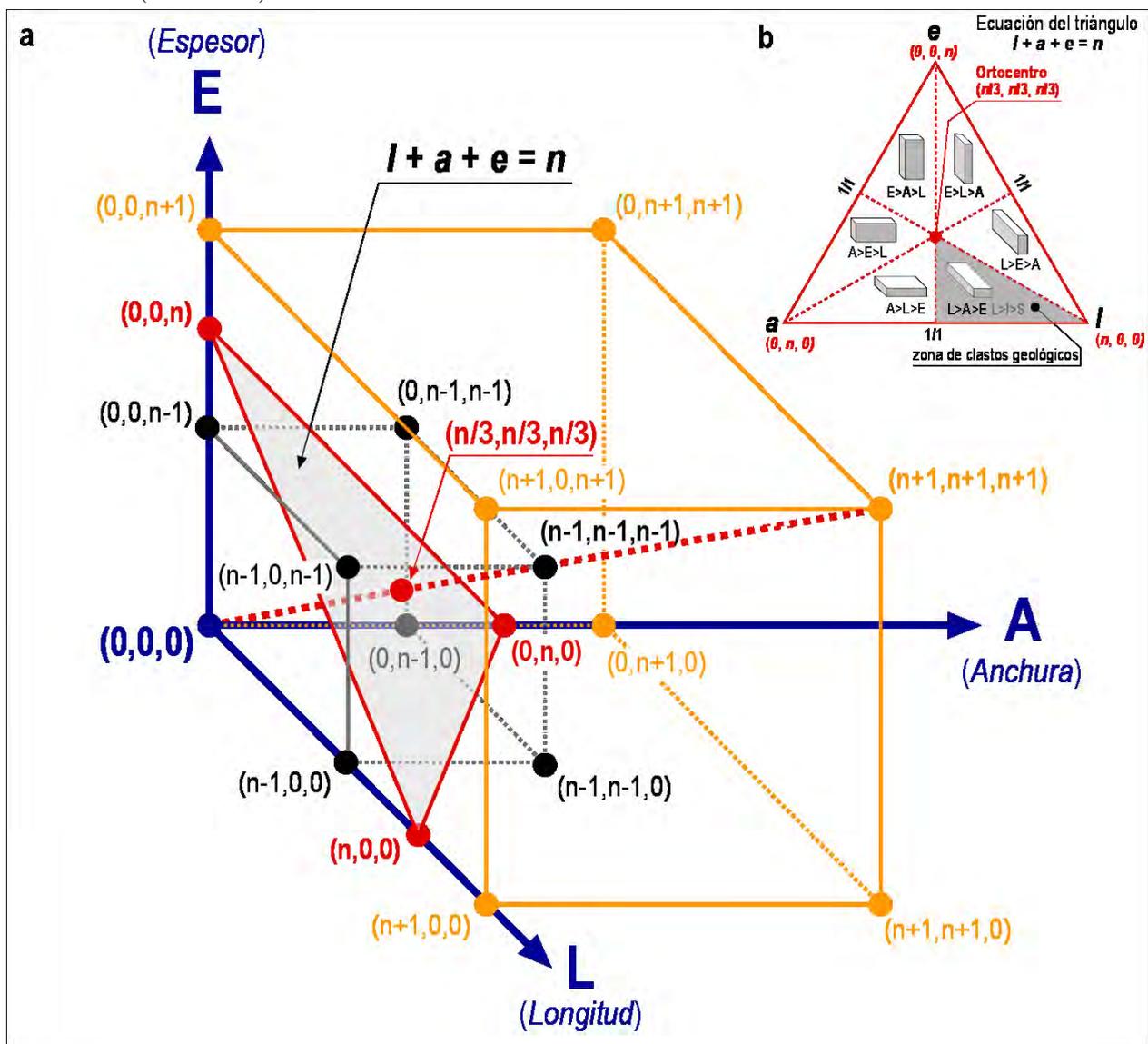


Figura 5. (a) Representación en un sistema tridimensional de ejes cartesianos de dos cubos de diferentes tamaños como 'prismas mínimos', que se proyectan sobre un plano auxiliar triangular ($l + a + e = n$). Cada familia de prismas proporcionales es proyectado en el mismo punto. Por ejemplo, la proyección de los dos cubos de la figura, con coordenadas: $(n-1, n-1, n-1)$ y $(n+1, n+1, n+1)$, coincide con el ortocentro del triángulo con coordenadas: $(1/3, 1/3, 1/3)$. (b) Triángulo proyectado, representado de acuerdo a los criterios propuestos por Hofmann (1994).

La función tangente es de 60° , que es el ángulo entre los lados de un triángulo equilátero. El denominador de la expresión $(L + A + E)$ controla la escala del triángulo (WILKINSON, 2005).

5. Antecedentes de los diagramas triangulares (aplicaciones en geología y arqueología para determinar el formato de una partícula)

El diagrama triangular (también denominado diagrama ternario) es un particular tipo de gráfico que consiste en un triángulo equilátero en el que cada vértice representa cada una de las tres variables. Es especialmente utilizado para representar mezclas de tres componentes y puede ser empleado para representar las tres dimensiones del 'prisma mínimo'.

Este tipo de diagramas se utiliza por primera vez para representar las mezclas de colores en el siglo XVIII (MAYER, 1758). Pero no es hasta siglo y medio después cuando George Gabriel Stokes, trabajando en la composición de aleaciones de tres componentes, muestra un diagrama triangular por primera vez (STOKES, 1891). Poco después se multiplican sus aplicaciones para expresar relaciones de fases en minerales y metales, también en aplicaciones para clasificaciones petrológicas de rocas ígneas, rocas sedimentarias y otras aplicaciones en tectónica o en clasificaciones de suelos y aguas (HOWART, 1996).

El primer ejemplo de la literatura geológica donde se emplean diagramas triangulares para la representación de formatos de clastos líticos fue empleado para clasificar cantos rodados del Río Colorado, Texas. Los autores, Sneed y Folk (1958: 123), proponen que: *'For analyzing trivariant systems, as this one is, the most satisfactory device for analyzing trivariant systems is a triangular plot.'*

Relativo a esta representación triangular, 50 años después, Blott y Pye (2008:34) escriben lo siguiente: *'As I/L , S/I and S/L do not total 1.0, the ratios cannot be plotted along the sides of a triangular diagram in the conventional way. Instead, they* opted to plot S/L on the left side of the triangle and the term $(L-I)/(L-S)$ radially from the top corner.'* (Sneed y Folk, 1958)*.

Sin embargo, las variables que deben cumplir la condición de que su suma sea la unidad son: L (dimensión mayor), I (dimensión intermedia) y S (dimensión menor). Éstas son las variables reales del diagrama triangular. De hecho, las relaciones I/L , S/I y S/L , citadas arriba, representan los tres lados del diagrama triangular. Por lo tanto, su suma nunca puede ser la unidad, excepto para el caso particular del cubo, donde $L = I = S$.

Sneed y Folk (1958) realmente proponen un diagrama bivalente: el índice de carenado $[S/L]$ versus el *disc-rod index* (DRI) $[(L - I)/(L - S)]$. Dibujan un diagrama triangular donde interpolan los valores de contorno de isoesfericidad: el *'maximum projection sphericity'* (MPS). Obtienen un *'sphericity-form diagram for particle shapes'* (Fig. 6a). Posteriormente Dobkins y Folk (1970) sobre este diagrama añaden los isovalores de una cuarta variable, el *'oblate-prolate index'* (OPI) (Fig. 6b). Más tarde Illenberger (1991) propone un gráfico similar utilizando el *'Corey shape index'* (CSI) versus el *'disc-rod index'* (DRI) (Fig. 6c).

Actualmente estos gráficos son los diagramas de referencia para la representación tridimensional de formatos en estudios geológicos.

Por otra parte, el ejemplo pionero en la aplicación de diagramas triangulares para representar formatos tridimensionales en arqueología lo encontramos en el yacimiento mesolítico de Wawcott-I (Berkshire, Inglaterra) realizado por Froom (1973). Este autor desarrolla una representación triangular utilizando como variables: longitud (l), anchura (a) y espesor (e) aplicado a láminas de sílex y artefactos similares. Este método de representación no fue vuelto a ser utilizado posteriormente (Fig. 6d).

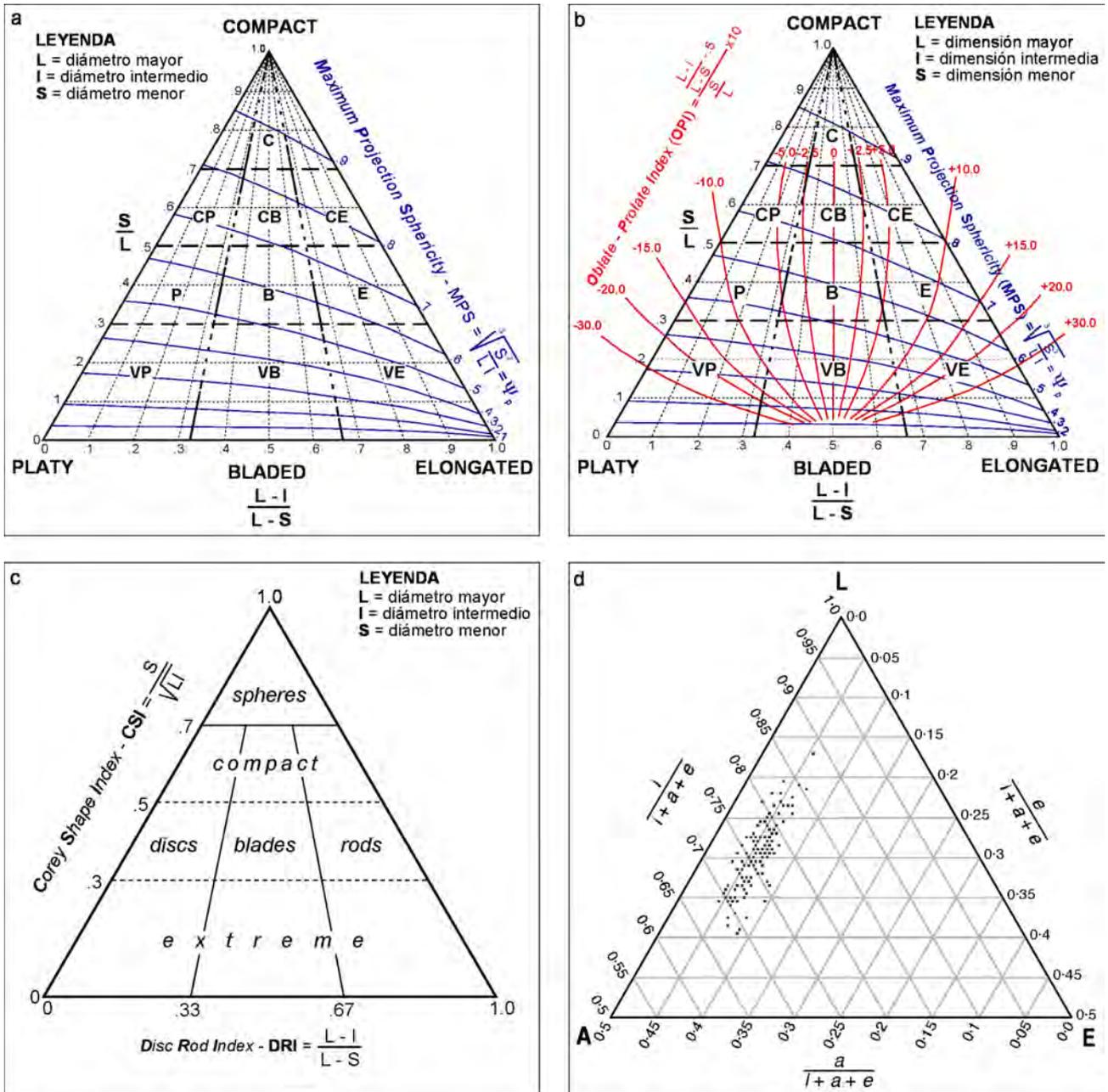


Figura 6. (a) Diagrama de Sneed y Folk. Son definidas diez clases de formas por las líneas discontinuas designadas con las iniciales: C, Compact; CP, Compact-Platy; CB, Compact-Bladed; CE, Compact-Elongate; P, Platy; B, Bladed, E, Elongate; VP, Very Platy; VB, Very-Bladed; VE, Very Elongate. Sobre estas clases se dibujan los contornos de efericidad (Maximum Projection Sphericity), (SNEED y FOLK, 1958). (b) Diagrama de Dobkins y Folk. Se añaden sobre el triángulo anterior el Oblate – Prolate Index, (DOBKINS y FOLK, 1970). (c) Diagrama de Illenberger donde se representa el Corey Shape Index ‘versus’ Disc – Rod Index sobre la zonación del triángulo con las mismas clases de formas que el diagrama de Sneed y Folk (Illenberger, 1991). (d) Diagrama triangular original de Froom que representa 112 láminas y artefactos similares del yacimiento de Wawcott-I. (Inglaterra), (FROOM, 1973).

6. El diagrama propuesto: zonación e índices

El diagrama triangular tiene dos tipos de relaciones especiales entre sus variables:

(1) *Relaciones de valor constante.* Una de las tres variables permanece constante y se representan por líneas paralelas a los lados del triángulo. Su valor viene definido por la distancia de cada línea al vértice opuesto, a más distancia menor valor. Son las líneas de referencia utilizadas para calcular las coordenadas triangulares (Fig. 7a).

(2) *Relaciones de proporción constante.* Representan los valores en los que la proporción entre dos variables permanece constante. Gráficamente estas relaciones dibujan las líneas que conectan cada vértice radialmente con cualquier punto del lado opuesto. El valor de la proporción entre las dos variables involucradas viene dado por el valor de la proporción que indica su intersección con el lado del triángulo. Estas líneas son las que representan los índices de alargamiento y de carenado y son las divisiones propuestas para la construcción del sistema de clasificación. La peculiaridad que presentan estos índices de carenado es que el índice: A/E sólo se representan en la mitad derecha del triángulo donde $L > A$, y el índice: L/E en la mitad izquierda del triángulo donde $A > L$ (Fig. 7b).

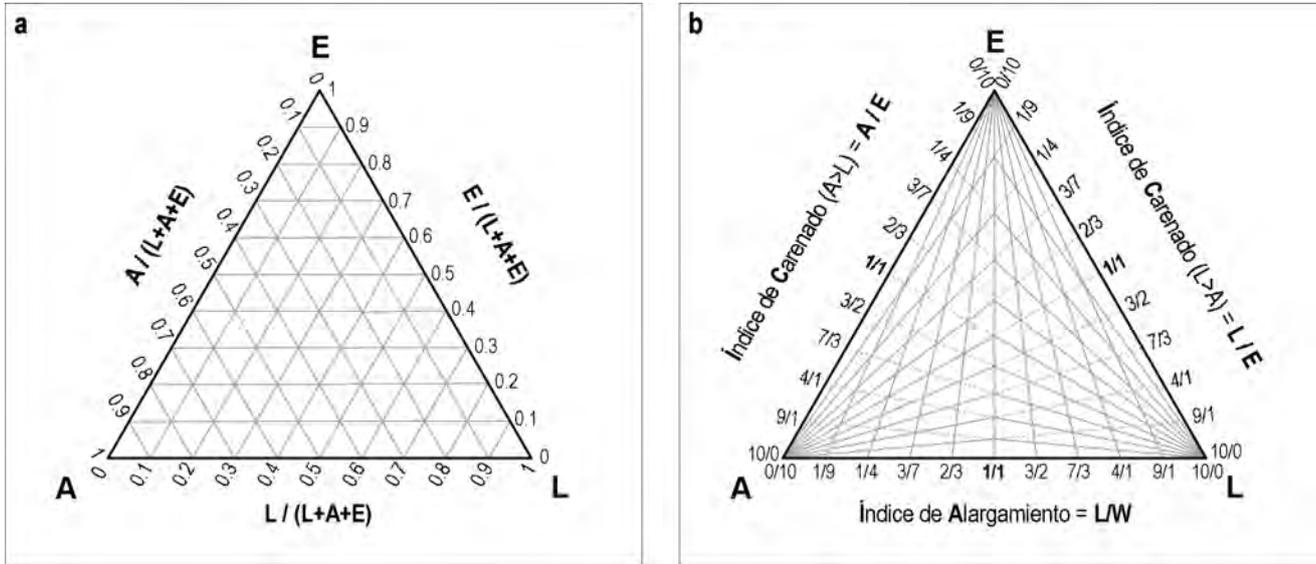


Figura 7. (a) *Coordenadas triangulares.* Representación gráfica de las relaciones de valor constante, se dibujan como líneas paralelas a cada lado del triángulo. (b) *Coordenadas proporcionales.* Representación gráfica de las relaciones de cociente constante. Las líneas para el índice de carenado = A/E se dibujan sólo en la mitad izquierda del triángulo donde $L > A$ y las líneas para el índice de carenado = L/E se dibujan sólo en la mitad derecha donde $A > L$.

En la literatura geológica y arqueológica se han realizado varias propuestas de división para estos índices de alargamiento y carenado. Se puede observar que las escalas empleadas muestran tres modelos que guían la distribución de estas subdivisiones. Varios autores han completado y modificado estas propuestas (Fig. 8):

- *Modelo de Zingg.* El valor $3/2$ (para relaciones directas) o $2/3$ (para relaciones inversas) separa objetos cortos, como por ejemplo lascas de láminas. Fueron índices propuestos por primera vez para definir la elongación y carenado por Zingg (1935: 55) y completados para elongación y carenado por Wentworth (1936: 90), Leroi-Gourhan (1964: 162) y Bagolini (1968: 199) y para clasificar los carenados ha sido aplicado por Sneed y Folk (1958: 122) y Guerreschi (1975: 24).

- *Modelo de Bohmers.* El valor 5 es tomado como la base de las divisiones del índice de alargamiento en su valor inverso ($n/5$) (BOHMERS y WOUTERS, 1956: 3), completado por Pitts (1978: 20) y aplicado para subdividir los carenados por Blott y Pye (2008: 46).

- *Modelo de Laplace.* Series del número phi (Φ o número áureo) son tomadas como base de las divisiones. Este modelo fue sugerido por primera vez por Laplace (1974a) y fue modificado para aplicarlo a las elongaciones y carenados por Guilbaud (1985: 33).

Como los diagramas triangulares dibujan valores proyectados, las relaciones directas podrán ser empleadas, ya que infinito se representará en el vértice de los diagramas. Para cuantificar los valores utilizare-

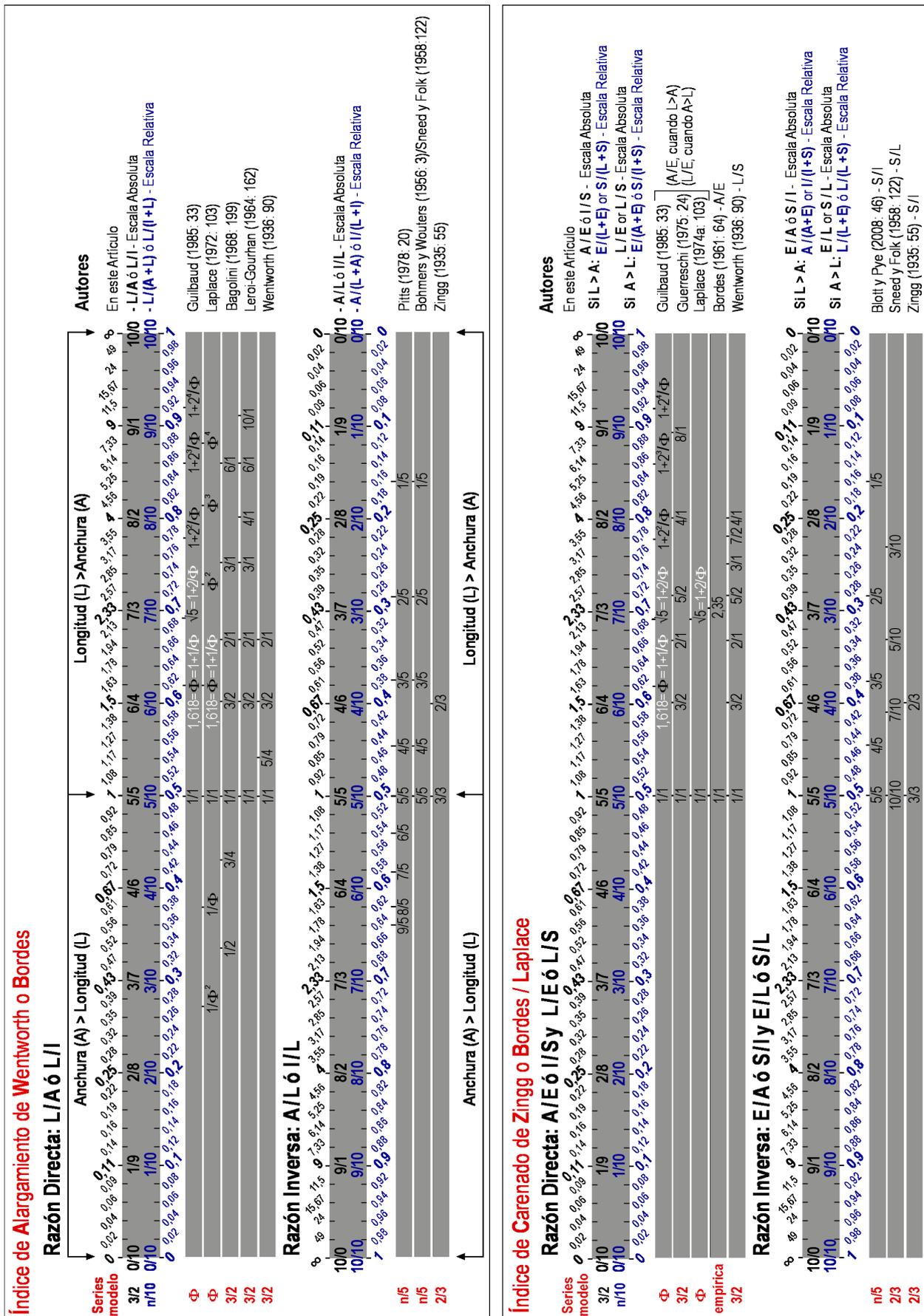


Figura 8. Propuesta de divisiones de los índices de Alargamiento y Carenado realizadas en este artículo. Son comparados con las propuestas sugeridas en la literatura geológica y arqueológica. Se subdividen para: Relaciones Directas como: L/A, A/E, L/E y Relaciones inversas como: A/L, E/A, E/L.

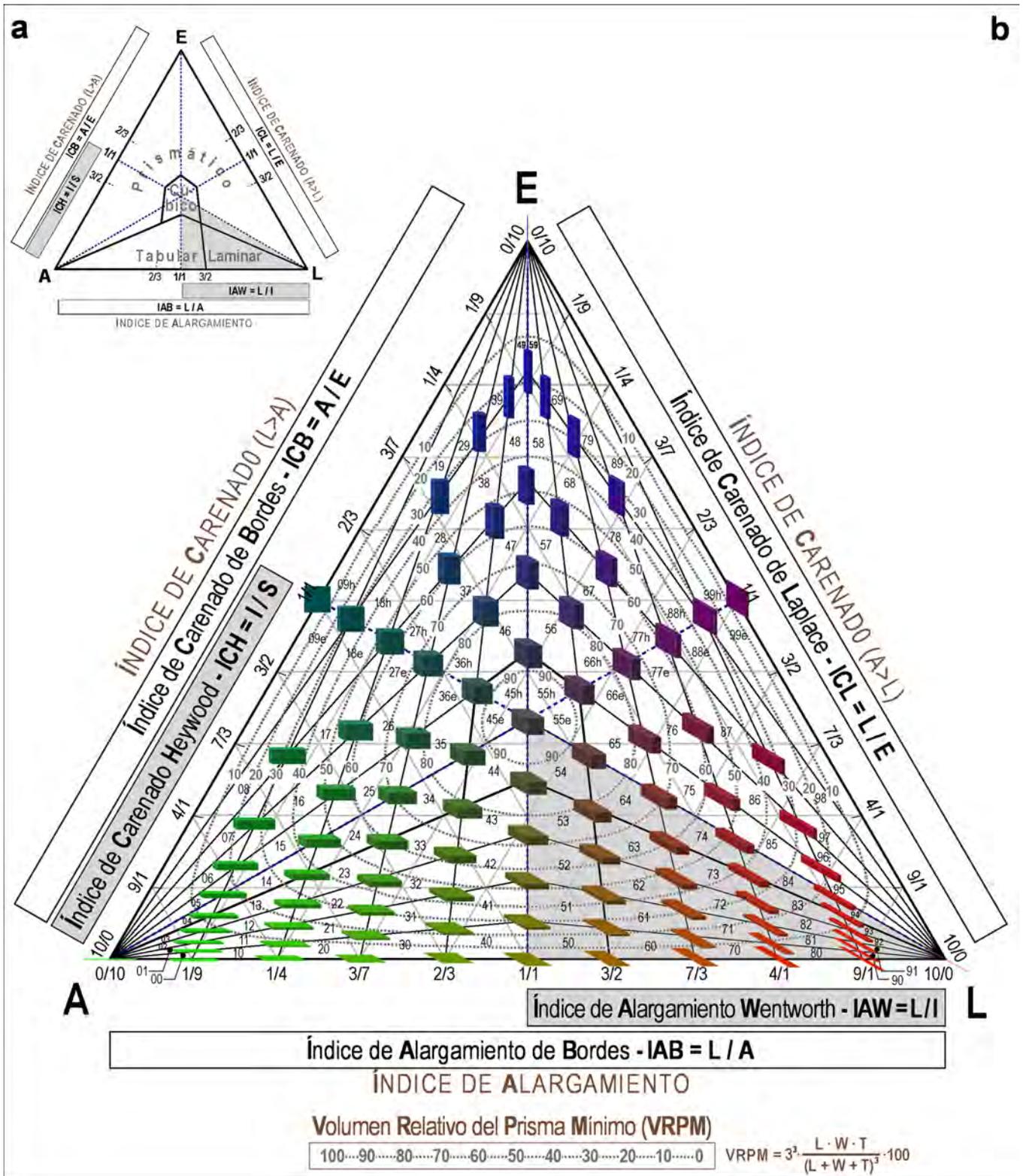


Figura 9. Diagrama triangular con la clasificación propuesta. Hay 110 clases después de dividir los índices de Alargamiento y Carenado en diez intervalos iguales. En sombreado se marca la región donde caen los clastos geológicos. En los puntos de intersección de clases se dibujan los prismas rectangulares con sus valores correspondientes de alargamiento y carenado. Estos prismas están contruidos de modo que, para todos ellos, la suma de sus tres dimensiones es siempre la misma ($L + A + E = \text{constante}$). Los prismas se han coloreado convirtiendo sus dimensiones en proporciones de color en el sistema RGB de modo que: R (red) = Longitud; G (green) = Anchura; B (blue) = Espesor y los prismas son tanto más rojos cuanto más largos, los anchos verdosos y los altos azulados. Se dibujan los isocontornos del Volumen Relativo del 'Prisma Mínimo' $VRPM = (3^3 \cdot L \cdot A \cdot E \cdot 100) / (L + A + E)$.

mos los índices absolutos, mientras que deberemos emplear los índices relativos para proyectar sus valores en el gráfico. Estos valores absolutos varían entre 0 e infinito y sus índices han sido denominados por el nombre del autor que los ha propuesto por primera vez:

$$\text{IAB} = L/A, \text{ índice de elongación de Bordes (BORDES, 1961:64)} \quad (7)$$

$$\text{ICB} = A/E, \text{ índice de carenado de Bordes, cuando } L > A \text{ (BORDES, 1961:64)} \quad (8)$$

$$\text{ICL} = L/E, \text{ índice de carenado de Laplace, cuando } A > L \text{ (LAPLACE, 1974a:103)} \quad (9)$$

Aplicando 10 divisiones en cada eje, sus límites estarán definidos por la serie:

$$a_n = n/(10 - n) \quad (10)$$

Donde n es un número natural $0 \leq n \leq 10$

Combinando los valores generados con estos ejes (Fig. 9a), se representan 110 clases (Fig. 9b) en un diagrama triangular. Cada una de ellas lleva un código numérico asignado de dos dígitos, el primero indica el grado de alargamiento y el segundo el grado de carenado. De estas clases 16 de ellas son laminares, 24 son tabulares, 6 son cúbicas y 64 son prismáticas (Tabla 4). Se ha tenido que crear una nueva terminología para poder definir todas las categorías generadas (Tabla 5).

Índice de Alargamiento (IA)				Índice de Carenado (IC)		
L/A	Clase	Zona de Zingg	Término	A/E & L/E	Clase	Término
0/10-1/9	0	tabular ^a / prismático ^b	el más ancho	0/10-1/9	0	plano
1/9-1/4	1	tabular ^a / prismático ^b	muy extremadamente ancho	1/9-1/4	1	medio
1/4-3/7	2	tabular ^a / prismático ^b	extremadamente ancho	1/4-3/7	2	espeso
3/7-2/3	3	tabular ^a / prismático ^b	muy ancho	3/7-2/3	3	carenado
2/3-1/1	4	tabular ^a / prismático ^b	ancho	2/3-1/1	4	prismático
1/1-3/2 ^e	5	tabular ^a / prismático ^b	muy corto	1/1-3/2 ^e	5	elevado/ alto
3/2 ^e -7/3	6	laminar ^c / prismático ^b	corto	3/2 ^e -7/3	6	muy elevado ^g / alto ^h
7/3-4/1	7	laminar ^c / prismático ^b	medio	7/3-4/1	7	extremely elevado ^g / alto ^h
4/1-9/1	8	laminar ^c / prismático ^b	largo	4/1-9/1	8	muy extremadamente elevado ^g / alto ^h
9/1-10/0	9	laminar ^c / prismático ^b	muy largo	9/1-10/0	9	el más elevado ^g / el más alto ^h

^a IA < 3/2

^b IC < 3/2

^c IA > 3/2

^d IC > 2/3 y < 3/2

^e límite Zingg

^f se aplica sólo para prismáticos

^g cuando E = dimensión intermedia

^h cuando E = dimensión mayor

Tabla 4. Límites de clasificación sugeridos para los formatos de las partículas basados en el grado de alargamiento y el grado de carenado

00	Tabular, anchísimo, plano	50	Tabular, plano
01	Tabular, anchísimo	51	Tabular
02	Tabular, anchísimo, espeso	52	Tabular, espeso
03	Tabular, anchísimo, carenado	53	Tabular, carenado
04	Prismático, anchísimo	54	Cúbico
05	Prismático, anchísimo, elevado	55 ^e	Cúbico, elevado
06	Prismático, anchísimo, muy elevado	55 ^h	Cúbico, alto
07	Prismático, anchísimo, extremadamente elevado	56	Prismático, muy corto, muy alto
08	Prismático, anchísimo, muy extremadamente elevado	57	Prismático, muy corto, extremadamente alto
09 ^e	Prismático, anchísimo, elevadísimo	58	Prismático, muy corto, muy extremadamente alto
09 ^h	Prismático, anchísimo, altísimo	59	Prismático, muy corto, altísimo
10	Tabular, muy extremadamente ancho, plano	60	Laminar, corto, plano
11	Tabular, muy extremadamente ancho	61	Laminar, corto
12	Tabular, muy extremadamente ancho, espeso	62	Laminar, corto, espeso
13	Tabular, muy extremadamente ancho, carenado	63	Laminar, corto, carenado
14	Prismático, muy extremadamente ancho	64	Prismático, corto
15	Prismático, muy extremadamente ancho, elevado	65	Prismático, corto, elevado
16	Prismático, muy extremadamente ancho, muy elevado	66 ^e	Prismático, corto, muy elevado
17	Prismático, muy extremadamente ancho, extremadamente elevado	66 ^h	Prismático, corto, muy alto
18 ^e	Prismático, muy extremadamente ancho, muy extremadamente elevado	67	Prismático, corto, extremadamente alto
18 ^h	Prismático, muy extremadamente ancho, muy extremadamente alto	68	Prismático, corto, muy extremadamente alto
19	Prismático, muy extremadamente ancho, altísimo	69	Prismático, corto, altísimo
20	Tabular, extremadamente ancho, plano	70	Laminar, plano
21	Tabular, extremadamente ancho,	71	Laminar
22	Tabular, extremadamente ancho, espeso	72	Laminar, espeso
23	Tabular, extremadamente ancho, carenado	73	Laminar, carenado
24	Prismático, extremadamente ancho,	74	Prismático
25	Prismático, extremadamente ancho, elevado	75	Prismático, elevado
26	Prismático, extremadamente ancho, muy elevado	76	Prismático, muy elevado
27 ^e	Prismático, extremadamente ancho, extremadamente elevado	77 ^e	Prismático, extremadamente elevado
27 ^h	Prismático, extremadamente ancho, extremadamente alto	77 ^h	Prismático, extremadamente alto
28	Prismático, extremadamente ancho, muy extremadamente alto	78	Prismático, muy extremadamente alto
29	Prismático, extremadamente ancho, altísimo	79	Prismático, altísimo
30	Tabular, muy ancho, plano	80	Laminar, largo, plano
31	Tabular, muy ancho	81	Laminar, largo
32	Tabular, muy ancho, espeso	82	Laminar, largo, espeso
33	Tabular, muy ancho, carenado	83	Laminar, largo, carenado
34	Prismático, muy ancho	84	Prismático, largo
35	Prismático, muy ancho, elevado	85	Prismático, largo, elevado
36 ^e	Prismático, muy ancho, muy elevado	86	Prismático, largo, muy elevado
36 ^h	Prismático, muy ancho, muy alto	87	Prismático, largo, extremadamente elevado
37	Prismático, muy ancho, extremadamente alto	88 ^e	Prismático, largo, muy extremadamente elevado
38	Prismático, muy ancho, muy extremadamente alto	88 ^h	Prismático, largo, muy extremadamente alto
39	Prismático, muy ancho, altísimo	89	Prismático, largo, altísimo
40	Tabular, ancho, plano	90	Laminar, muy largo, plano
41	Tabular, ancho	91	Laminar, muy largo
42	Tabular, ancho, espeso	92	Laminar, muy largo, espeso
43	Tabular, ancho, carenado	93	Laminar, muy largo, carenado
44	Cúbico, ancho	94	Prismático, muy largo
45 ^e	Cúbico, ancho, elevado	95	Prismático, muy largo, elevado
45 ^h	Cúbico, ancho, alto	96	Prismático, muy largo, muy elevado
46	Prismático, ancho, muy alto	97	Prismático, muy largo, extremadamente elevado
47	Prismático, ancho, extremadamente alto	98	Prismático, muy largo, muy extremadamente elevado
48	Prismático, ancho, muy extremadamente alto	99 ^e	Prismático, muy largo, elevadísimo
49	Prismático, ancho, altísimo	99 ^h	Prismático, muy largo, altísimo

^a e (elevado) para E= valor intermedio

^b h (alto) para E= valor mayor

Tabla 5. Terminología de los formatos prismáticos tridimensionales.

Para la representación de clastos geológicos, donde los fragmentos no se orientan, el diagrama se reduce al área inferior derecha ($L > A > E$), donde sólo se representan 5 divisiones en cada eje que generan 25 clases diferentes de las cuales 16 son laminares, 4 son tabulares, una es cúbica y 4 son prismáticas. En este caso sus valores absolutos varían entre uno e infinito y los índices son denominados también por el nombre del autor que los definió por primera vez es:

$$IAW = L/I, \text{ índice de alargamiento de Wentworth (WENTWORTH, 1936: 90)} \quad (11)$$

$$ICH = I/S, \text{ índice de carenado de Heywood (HEYWOOD, 1938: 288)} \quad (12)$$

Aplicando 5 divisiones en cada eje, los límites vienen definidos por la serie:

$$a_n = n/(5 - n) \quad (13)$$

Donde n es un número natural $0 \leq n \leq 5$

Podemos aplicar este diagrama triangular a las propuestas realizadas en los estudios tipométricos más empleados en Geología como Zingg (Fig. 10a); Wentworth (Fig. 10b); Sneed y Folk (Fig. 10c); Blott y Pye (Fig. 10d); o en Prehistoria como Bagolini (Fig. 11a); Laplace (Fig. 11b); Bohmers y Wouters (Fig. 11c); Leroi-Gourhan (Fig. 11d); Guerreschi (Fig. 11e); Guilbaud (Fig. 11f). De este modo podemos comparar como encajan sus métodos con el nuevo sistema de clasificación propuesto.

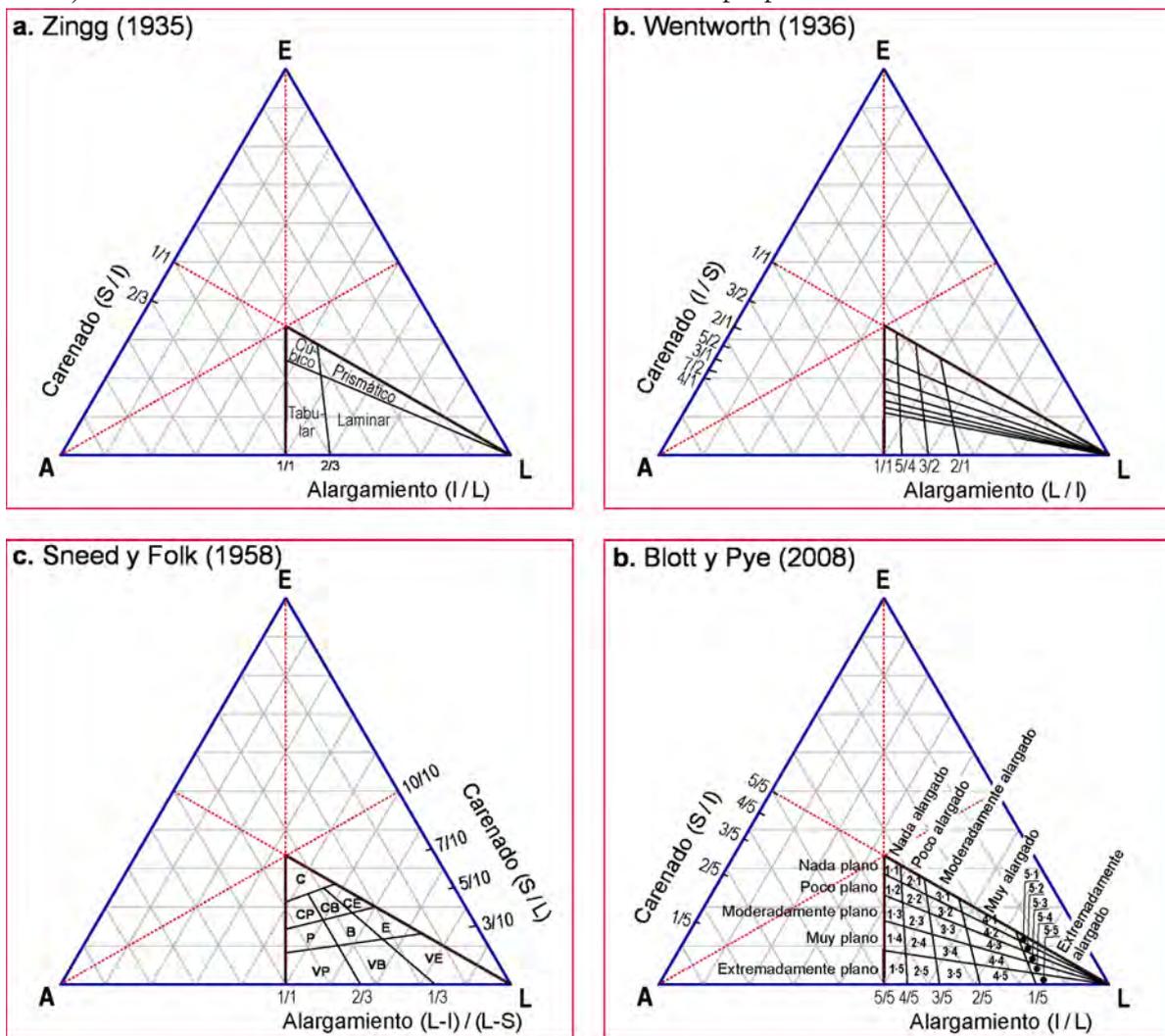


Figura 10. Aplicación del diagrama triangular a estudios tipométricos en clasificaciones propuestas por la literatura geológica: (a) Sistema de clasificación de formas de Zingg (1935), (b) Propuesta de clasificación de Wentworth (1936), (c) Propuesta de clasificación de Sneed y Folk (1958) (d), Propuesta de clasificación de Blott y Pye.

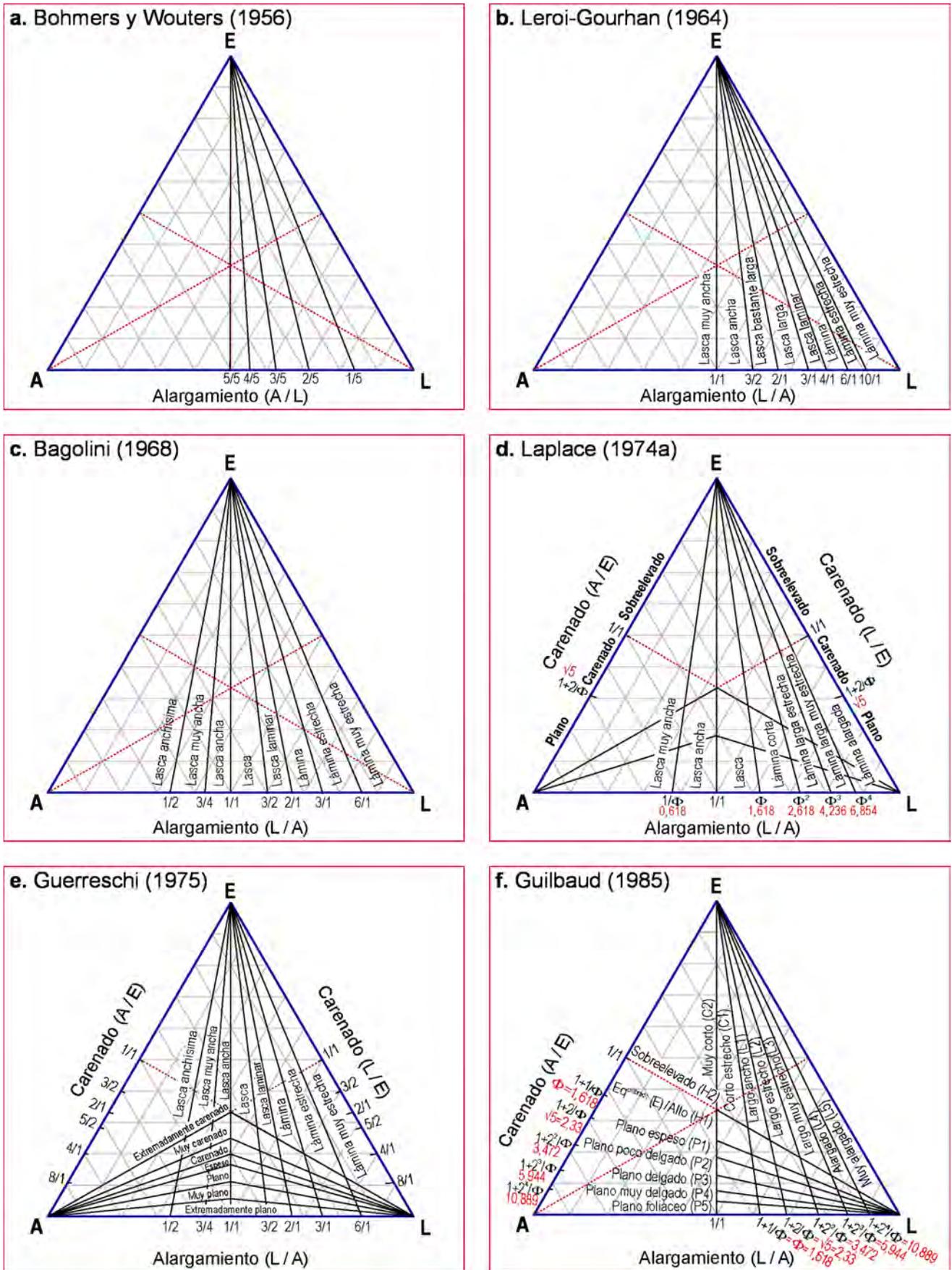


Figura 11. Aplicación del diagrama triangular a estudios tipométricos en clasificaciones propuestas por la literatura geológica: (a) Sistema de clasificación propuesto por Bohmers y Wouters (1956), (b) Sistema de clasificación propuesto por Leroi-Gourhan (1964), (c) Sistema de clasificación propuesto por Bagolini (1968), (d) Sistema de clasificación propuesto por Laplace (1974a), (e) Sistema de clasificación propuesto por Guerreschi (1975), completando el de Bagolini, (f) Sistema de clasificación propuesto por Guilbaud (1985).

7. El diagrama cuadrangular

Con el fin de representar más adecuadamente la dispersión de los valores y trabajar correctamente con parámetros estadísticos es necesario expandir las clases representadas, particularmente las que quedan cerca de los vértices del diagrama triangular. Hay que realizar una transformación geométrica que consiste en convertir las líneas inclinadas del diagrama triangular en líneas ortogonales (Fig. 12a). Las líneas que marcan el alargamiento se colocan verticales y las líneas de carenado se convierten en horizontales (Fig. 12b). En el gráfico resultante se marca la zonación de Zingg, extendida a la totalidad del diagrama (Figs. 12c y 12d).

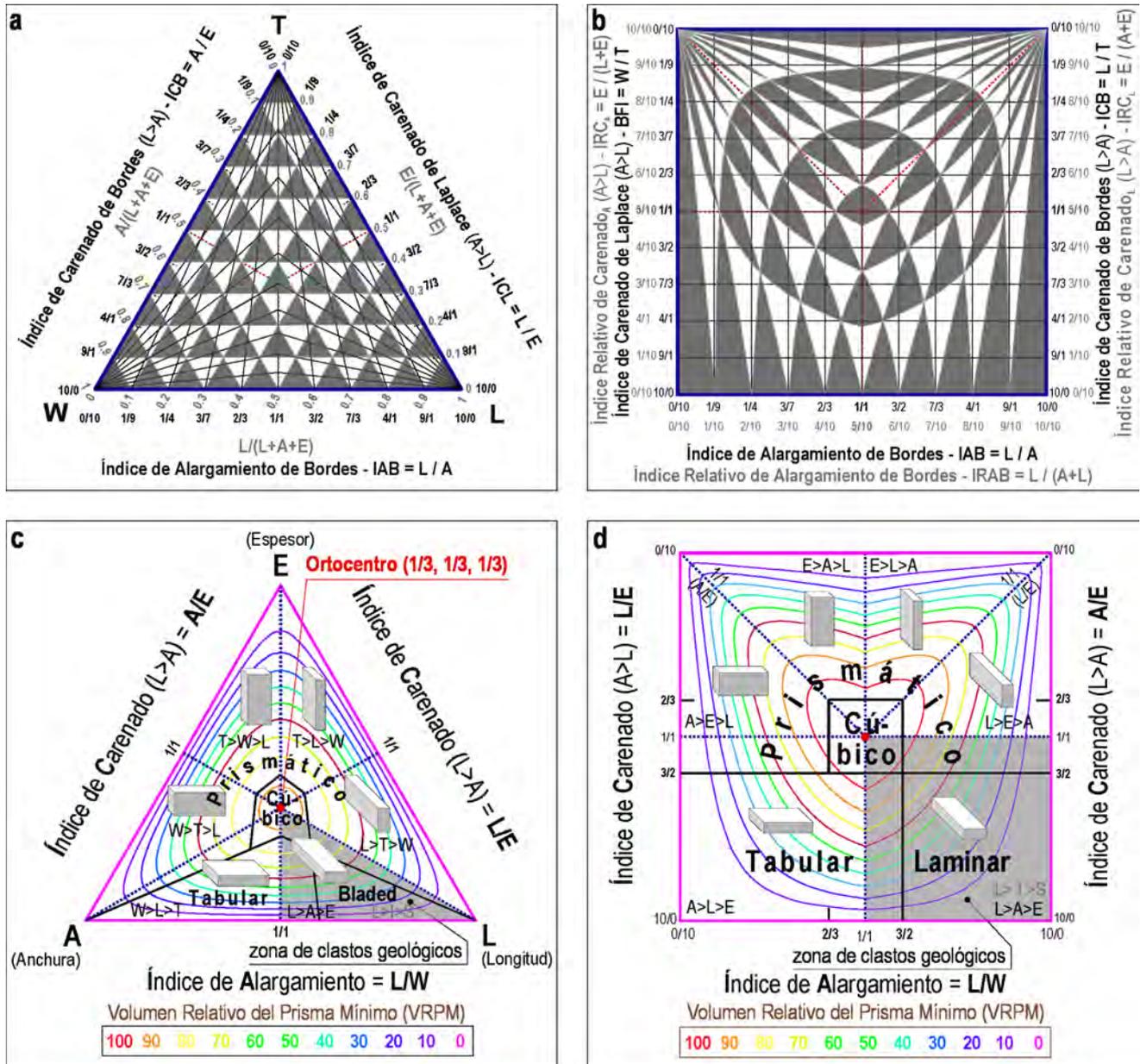


Figura 12. Diagrama cuadrangular que se ha realizado convirtiendo, (a) líneas inclinadas del diagrama triangular, (b) hasta su ortogonalidad. (c) Diagrama triangular con sus seis zonas delimitadas por las líneas que conectan cada vértice con el punto central de la cara opuesta (bisectores). En sombreado la zona donde caen los cantos geológicos ($L > A > E$). (d) Se han dibujado las cuatro formas del diagrama de Zingg: Laminar, Tabular, Cúbico y Prismático, extendidas a la totalidad del Diagrama Cuadrangular. En sombreado la región donde caen los clastos geológicos ($L > A > E$). En (c) y en (d) se dibujan los isocontornos del Volumen Relativo del 'Prisma Mínimo' (VRPM).

El resultado es la transformación en un diagrama cuadrangular. Como los índices obtenidos como valores absolutos no pueden ser representados directamente, deberemos emplear sus porcentajes relativos. Se

crea una escala relativa con estos porcentajes que permiten calcular el lugar geométrico donde son proyectados (Fig. 13). Estos valores relativos varían entre 0 y 1 y se han denominado:

$$\text{IRAB} = L/(A + L), \text{ índice relativo de alargamiento de Bordes} \quad (14)$$

$$\text{IRCB} = A/(E + A), \text{ índice relativo de carenado de Bordes, empleado el complementario: } 1 - (A/(E + A)) = E/(A + E), \text{ índice relativo de carenado}_{\text{Longitud}} (L>A): \text{IRC}_L \quad (15)$$

$$\text{IRCL} = L/(E + L), \text{ índice relativo de carenado de Laplace, empleado el complementario: } 1 - (A/(E + A)) = E/(A + E), \text{ índice relativo de carenado}_{\text{Anchura}} (A>L): \text{IRC}_A \quad (16)$$

Se proponen los valores complementarios ya que el cero, origen del sistema de coordenadas cartesianas, debe situarse en el extremo inferior.

Aplicando 10 divisiones en cada eje los límites vienen definidos por la serie:

$$a_n = /10 \quad (17)$$

Donde n es un número natural $0 \leq n \leq 10$

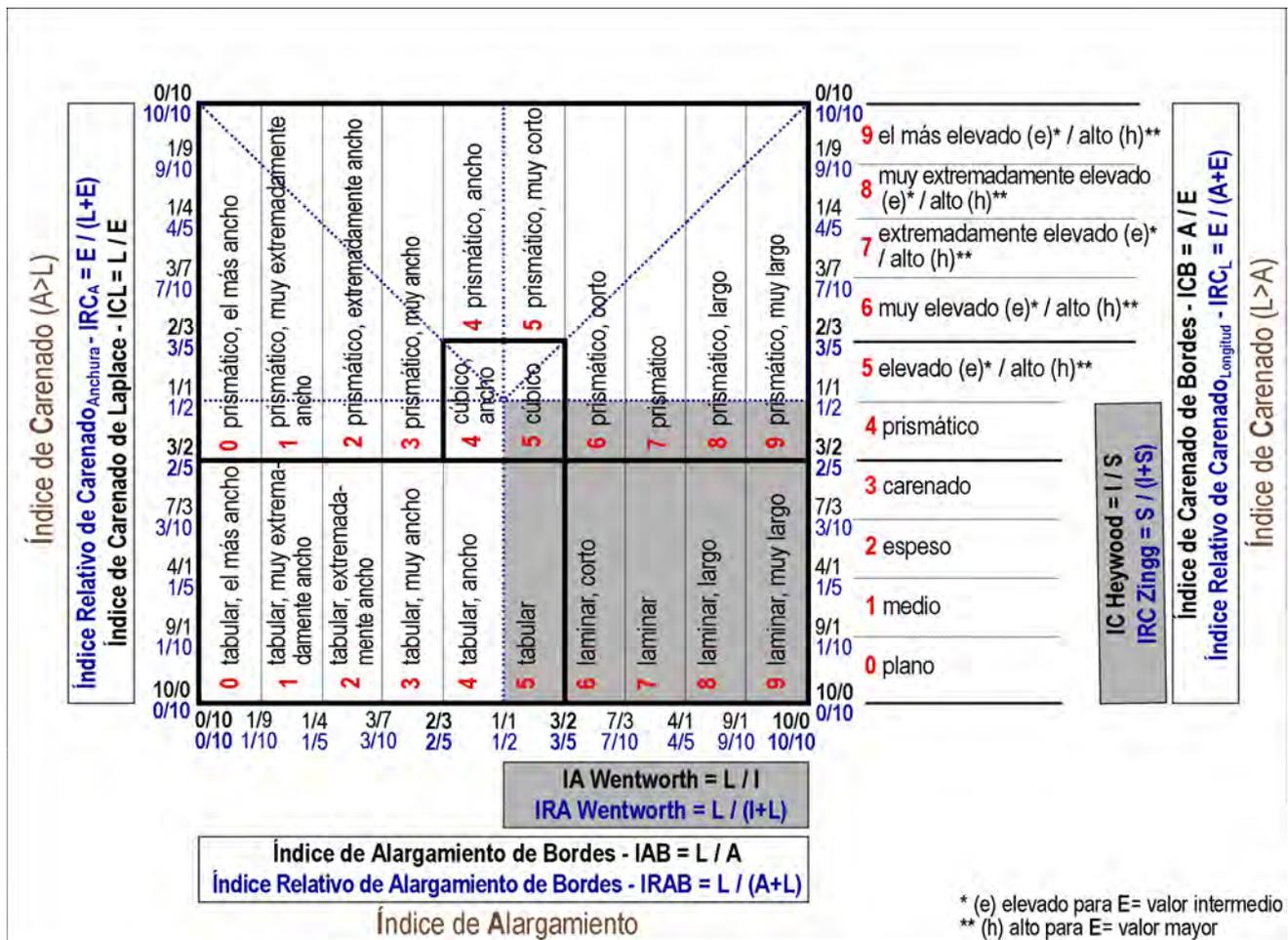


Figura 13. Subdivisiones para el alargamiento y carenado dibujadas sobre el diagrama cuadrangular donde se han marcado 10 por 10 categorías. Se ha construido una doble escala: una escala absoluta, coordenadas proporcionales (en negro) y una escala relativa, coordenadas triangulares (en azul). En sombreado la región donde caen los clastos geológicos.

Aplicando la zonación propuesta, se obtiene un nuevo diagrama cuadrangular donde representar un nuevo sistema de clasificación para describir los formatos tridimensionales de las partículas (Fig. 14).

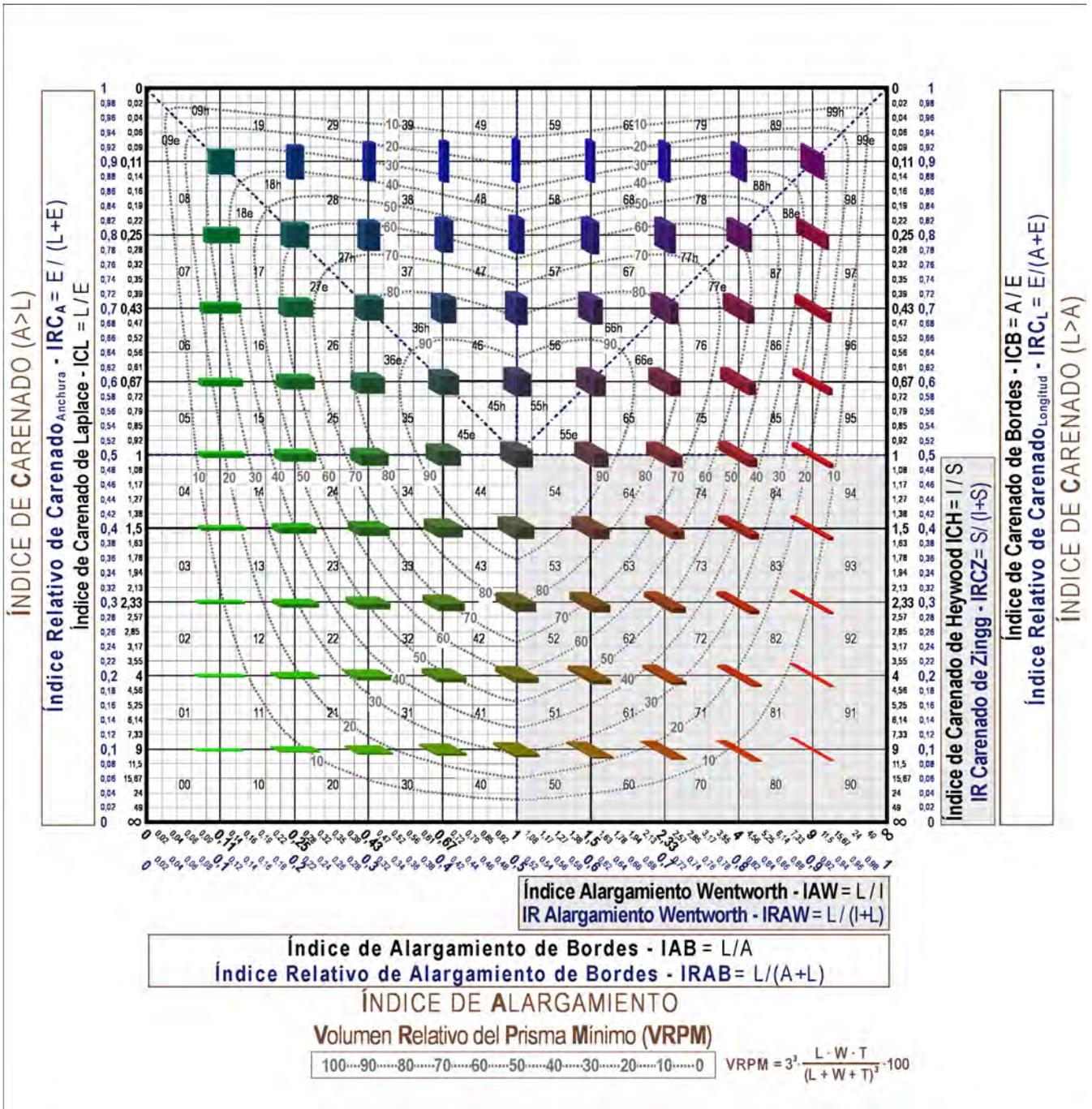


Figura14. Diagrama Cuadrangular con la clasificación propuesta, con 110 clases representadas. Los ‘prismas mínimos’ se han situado sobre las intersecciones de las clases del gráfico. En sombreado la región donde caen los clastos geológicos. Los prismas se han coloreado convirtiendo sus dimensiones en proporciones de color en el sistema RGB de modo que: R (red) = Longitud; G (green)= Anchura; B (blue)= Espesor y los prismas son tanto más rojos cuanto más largos, los anchos verdesos y los altos azulados. Se dibujan los isocontornos del Volumen Relativo del ‘Prisma Mínimo’ $VRPM = (3^3 \cdot L \cdot A \cdot E \cdot 100) / (L + A + E)$.

En este mismo sentido para representar los clastos geológicos donde sus porcentajes relativos varían entre 0,5 y 1 para el alargamiento y entre 0 y 0,5 para el carenado tenemos:

$$IRAW = L / (l + L), \text{ índice relativo de alargamiento de Wentworth} \quad (18)$$

$$IRCH = l / (S + l), \text{ índice relativo de carenado de Heywood, empleado el complementario:} \\ 1 - (l / (S + l)) = S / (L + S), \text{ índice relativo de carenado de Zingg: } IRCZ \quad (19)$$

Se propone el valor complementario ya que el cero, origen del sistema de coordenadas cartesianas, debe situarse en el extremo inferior.

Aplicando 5 divisiones en cada eje, los límites vienen definidos por la serie:

$$a_n = n/5 \quad (20)$$

Donde n es un número natural $0 \leq n \leq 5$

Se muestran dos ejemplos clásicos de la literatura científica. El primer ejemplo se aplica a 112 láminas de sílex y artefactos similares procedentes del yacimiento Mesolítico de Wawcott-I, Inglaterra (FROOM, 1973), comparado con un conjunto de 62 golpes de buril procedentes del yacimiento magdalenense de la cueva de Santimamiñe en Bizkaia, España (FERNÁNDEZ-ERASO, 1982). En este ejemplo, la separación entre objetos planos como productos laminares y objetos espesos como golpes de buril se muestra muy patente y clara (Fig. 15a). En el diagrama cuadrangular, los puntos son separados ampliamente. La perfecta distinción entre los dos conjuntos y su variabilidad se aprecia perfectamente. Además, las elipses bivariantes de equiprobabilidad circunscriben y muestran la dispersión de los dos grupos prácticamente sin solapamiento (Fig. 15b).

El segundo ejemplo se aplica a 50 cantos de cuarzo procedentes del Río Colorado (Texas), proyectados en el diagrama de Sneed y Folk (1958). En este ejemplo, se obtiene una distribución bastante aleatoria (Fig. 16a). En el diagrama cuadrangular, puede observarse la dispersión de cada grupo de tamaños de cantos (grande, medio y pequeño) que se agrupan perfectamente definida por las elipses bivariantes de equiprobabilidad (Fig. 16b), en contraste con el diagrama original donde no se observa ningún agrupamiento.

8. Conclusiones

Esta nueva metodología se muestra como un sistema de clasificación adecuado para describir formatos tridimensionales aplicado a fragmentos rocosos de origen geológico y arqueológico. Se ilustra su variabilidad y permite comparaciones entre diferentes conjuntos.

Este sistema nos permite comprender el significado geométrico y matemático de los diagramas triangulares. Esta nueva aproximación establece el 'Prisma mínimo' como formato geométrico estándar.

Existen una gran cantidad de índices y fórmulas relativas cuyos parámetros involucrados son exclusivamente las dimensiones (Longitud o dimensión mayor, Anchura o dimensión intermedia y Espesor o dimensión menor). Un hecho llamativo es que se puedan recopilar hasta 24 posibles relaciones simples entre ellas.

Una proyección nos permite representar cada 'Prisma mínimo' tridimensional como un punto en un Diagrama Triangular. Con una transformación geométrica, podemos obtener un Diagrama Cuadrangular con 110 clases de formatos prismáticos. Este tipo de representación define con precisión los formatos volumétricos. De este modo se podrán calcular valores medios, elipses bivariantes de probabilidad o dispersiones bivariantes y otros parámetros estadísticos de los conjuntos líticos analizados de procedencia geológica o arqueológica.

Esta clasificación permite comparar los formatos con informaciones concernientes a los yacimientos arqueológicos, afloramientos y otras propiedades como composición litológica, tamaño de grano, medio de depósito, caracteres tecno-tipológicos, etc.

Finalmente, se trata de un sistema de clasificación muy funcional con un gran potencial para ser empleado en Geología (Petrología, Geoquímica, Tectónica, etc) y Arqueología (análisis de las industrias líticas) que resuelve un problema cuyas soluciones previas no estaban siendo empleadas de un modo generalizado por la comunidad científica.

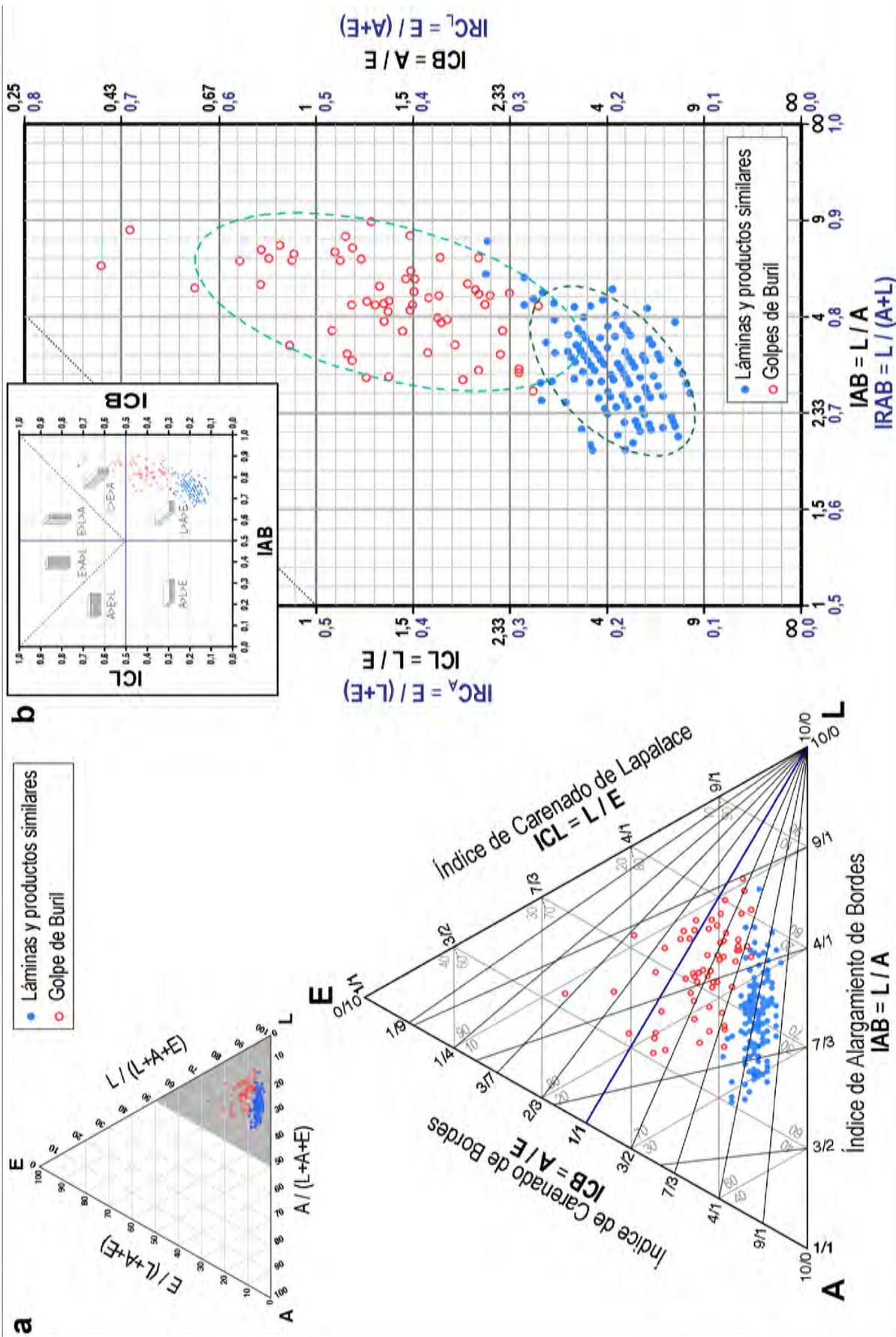


Figura 15. (a) Diagrama triangular donde se representan 112 láminas y artefactos similares del yacimiento de Wawcoti-I (Inglaterra) (Froom, 1973) y 62 golpes de buril de la cueva de Santimamiñe (Bizkaia, España) (Fernández-Eraso, 1982). En gris las coordenadas triangulares (relaciones de valor constante) y en negro las coordenadas proporcionales que son los límites de las clases de formas (relaciones de cociente constante). En el esquema se representa en sombreado el área ampliada. (b) Diagrama Cuadrangular, con las elipses bivalentes de equiprobabilidad al 90%. En el esquema se ha sombreado el área ampliada.

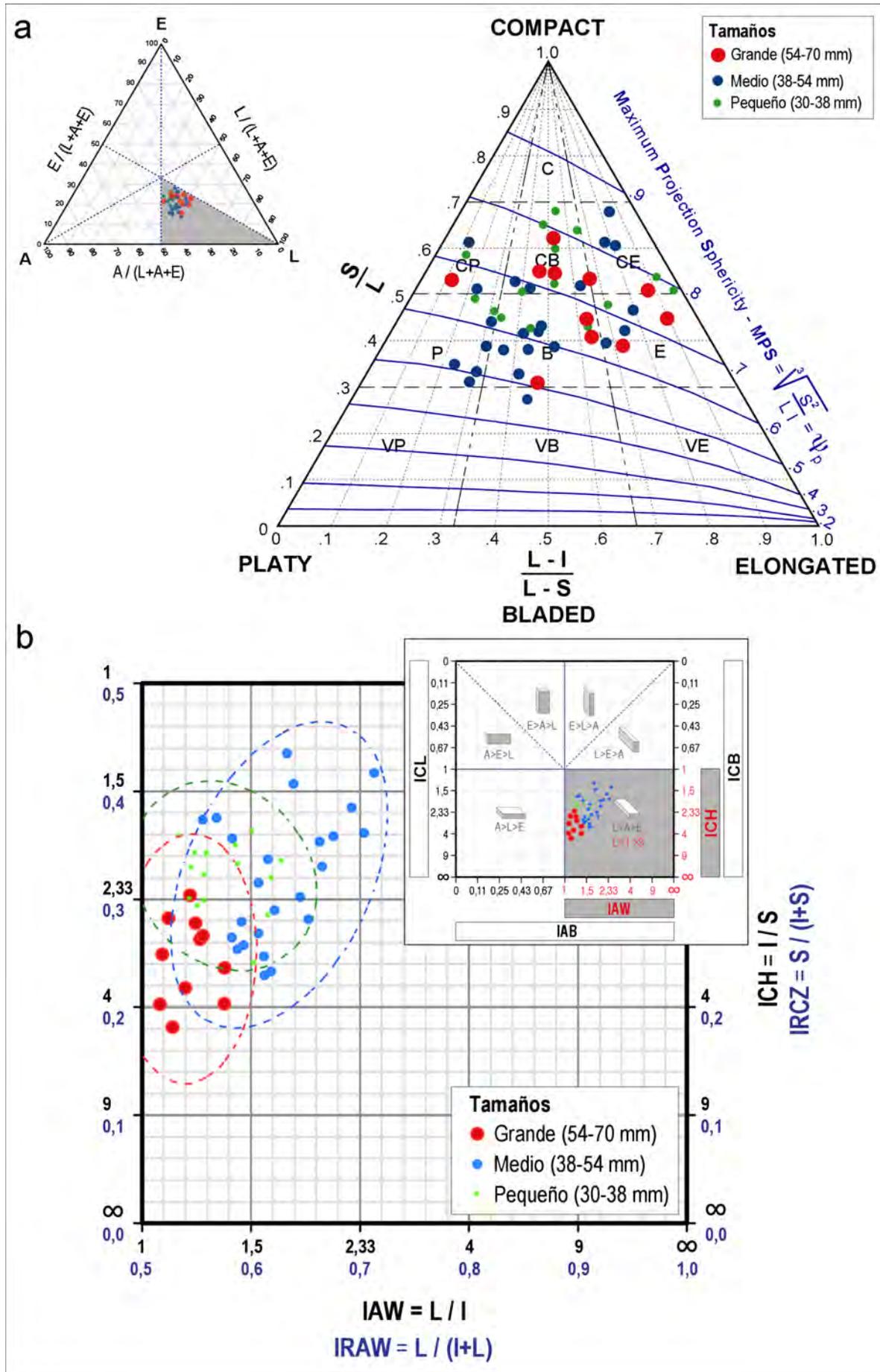


Figura 16. (a) Diagrama de Sneed y Folk presentado en el estudio de los formatos de 50 cuarzo del Río Colorado, Texas (Sneed y Folk, 1958). En el esquema en sombreado se representa la zona ampliada. (b) Diagrama Cuadrangular aplicado a cantos grandes, medianos y pequeños con la elipse bivariante de equiprobabilidad al 90%. En el esquema se representa en sombreado la zona ampliada.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido llevado a cabo con el apoyo de los siguientes proyectos HAR2008-05797 y RYC-2007-01626 (Programa Ramón y Cajal) financiado por el *Ministerio de Ciencia e Innovación* (actualmente MINECO) y HAR2011-26956 del *Ministerio de Economía y Competitividad* (MINECO), con fondos del Fondo Social Europeo (FSE) y del “*Grupo Consolidado de Investigación en Prehistoria (IT-622-13) Área de Prehistoria, Dpto de Geografía, Prehistoria y Arqueología (Universidad del País Vasco, UPV/EHU)*”.

También quisiera agradecer a mis colegas de la *Universidad del País Vasco (UPV/EHU)*, especialmente a los Profesores Ignacio Barandiarán, Luis Eguiluz y Javier Fernández-Eraso y a los investigadores Dr. José Antonio Mujika y Mikel Aguirre por sus sugerencias. También al Dr. Jesús A. Martín, de la *Universidad de Burgos (UBU) / Centro Nacional de Investigación sobre la Evolución Humana (CENIEH)*, por su guía en las cuestiones matemáticas.

Bibliografía

- AGUIRRE, M. (2008): “Caracterización tecnológica de la industria lítica de Portugain (Urbasa, Navarra)”. En BARANDIARÁN, I. y CAVA, A. (Eds.), *Cazadores y tallistas en el abrigo de Portugain: una ocupación de Urbasa durante el Tardiglaciario*, Colección Barandiarán, 12: 121-183. Eusko-Ikaskuntza, San Sebastián.
- AGUIRRE, M. (2013): “Caracterización tecnológica de la industria lítica de Mugardua sur (Urbasa, Navarra)”. En BARANDIARÁN, I. CAVA, A. y AGUIRRE, M. (Eds.), *El taller de sílex de Mugardua sur: una ocupación de Urbasa (Navarra) durante el Gravetiense*, Veleia, Anejos, Series Maior, 13: 401-524. EHUPress, Vitoria-Gasteiz.
- ASCHENBRENNER, B. C. (1956): “A new method of expressing particle sphericity”. *Journal of Sedimentary Petrology*, 26(1): 15-31.
- BAGOLINI, B. (1968): “Ricerche sulle dimensioni dei manufatti litici preistorici non ritoccati”. *Annali dell'Università di Ferrara, Sezione XV Paleontologia e Paleontologia*, 1: 195-219.
- BARRETT, P. J. (1980): “The shape of rock particles, a critical review”. *Sedimentology*, 27: 291-303.
- BENN, D. I. y BALLANTYNE, C. K. (1992): “Pebble Shape (and Size!) – Discussion”. *Journal of Sedimentary Petrology*, 62: 1147-1150.
- BENN, D. I. y BALLANTYNE, C. K. (1993): “The description and representation of particle shape”. *Earth Surface Processes and Landforms*, 18: 665-672.
- BOHMERS, A. y WOUTERS, A. (1956): “Statistics and graphs in the study of flint assemblages”. *Palaeohistoria*, 5: 1-38.
- BORDES, F. (1961): *Typologie du Paléolithique ancien et moyen*, Ed. Imprimeries Delmas, Burdeos.
- BLOTT, S. J. y PYE, K. (2008): “Particle shape: a review and new methods of characterization and classification”. *Sedimentology*, 55: 31-63.

- CAILLEUX, A. (1945): "Distinction des galets marins et fluviatiles". *Bull. Soc. Géol. Française*, 15: 375-404.
- COREY, A. T. (1949): *Influence of Shape on Fall Velocity of Sand Grains*. Unpublished MSc Thesis, Colorado A&M College, 102 pp, (quoted in Illenberger, 1991).
- DAVIS, J. C. (1986): *Statistics and Data Analysis in Geology*, Ed John Willey Sons, 646 pp.
- DOBKINS, J. E. y FOLK, R. L. (1970): "Shape development on Tahiti-Nui". *Journal of Sedimentary Petrology*, 40: 1167-1203.
- FERNÁNDEZ ERASO, J. (1982): "Propuesta para un estudio analítico de los golpes de buril: el caso del Magdalenense final de Santimamiñe". *Zephyrus*, 34-35: 47-63.
- FLEMMING, N. C. (1965): "Form and Function of Sedimentary Particles". *Journal of Sedimentary Petrology*, 35(2): 381-390.
- FOLK, R. L. (1974): *Petrology of Sedimentary Rocks*, Hemphill Publishing Company Austin, Texas.
- FROOM, F. R. (1973): "A metrical technique for flint blades and similar artefacts". *Proceedings of the Prehistoric Society*, 39: 456-460.
- GRIFFITHS, J. S. (1967): *Scientific Method in Analysis of Sediments*, McGraw-Hill, New York, 508 pp.
- GUERRESCHI, A. (1975): "L'Epigravettiano di Piancavallo (Pordenone)". *Preistoria Alpina – Museo Triestino di Scienze Naturali*, 11: 1-39.
- GUILBAUD, M. (1985): *Elaboration d'une méthode d'analyse pour les produits de débitage en typologie analytique et son application à quelques industries des gisements de Saint Césaire (Charente Maritime). et de Quincay (Vienne)*, Unpublished PhD, Université de Paris VI.
- HEYWOOD, H. (1938): "Measurement of the fineness of powdered materials". *Inst. Mech. Engrs.*, 140: 257-347.
- HOCKEY, B. (1970): "An improved co-ordinate system for particle shape representation". *Journal of Sedimentary Petrology*, 40: 1054-1056.
- HOFMANN, H. J. (1994): "Grain-Shape Indices and Isometric Graphs". *Journal of Sedimentary Research*, 64: 916-920.
- HOWART, R. J. (1996): "Sources for a history of the ternary diagram". *The British Journal for the History of Science*, 29: 337-356.
- IBBEKEN, H. y DENZER, P. (1988): "Clast measurement: a simple manual device and its semiautomatic electronic equivalent". *Journal of Sedimentary Petrology*, 58(4): 751-752.
- ILLENBERGER, W. K. (1991): "Pebble Shape (and Size!)". *Journal of Sedimentary Petrology*, 61: 756-767.

- JANKE, N. C. (1966): "Effect of shape upon the settling velocity of regular convex geometric particles". *Journal of Sedimentary Petrology*, 36: 370-376.
- KRUMBEIN, W. C. (1934): "Size frequency distributions of sediments". *Journal of Sedimentary Petrology*, 4: 65-77.
- KRUMBEIN, W. C. (1941): "Measurement and geological significance of shape and roundness of sedimentary particles". *Journal of Sedimentary Petrology*, 11: 64-72.
- KRUMBEIN, W. C. (1942): "Settling velocity and flume-behavior of non-spherical particles". *Am. Geophys. Union Trans.*: 621-633.
- LAPLACE, G. (1974a): "La typologie analytique et structurale: base rationnelle d'étude des industries lithiques et osseuses". *Banques de Données Archéologiques, Colloques Nationaux du CNRS*, 932: 91-143, Marseille 1972.
- LAPLACE, G. (1974b): "Diagrammes des aires et des allongements : Indices de grandeur absolue et quadratique de carenage". *DIALEKTIKÊ, Cahiers de Typologie Analytique*, Centre de Palethnologie stratigraphique Eruri, 5-9.
- LAPLACE, G. (1976): "Notes de Typologie Analytique: anatomie et orientation de l'éclat brut ou façonné". *DIALEKTIKÊ. Cahiers de Typologie Analytique*, Centre de Palethnologie stratigraphique Eruri, 30-34.
- LAPLACE, G. (1977): "Notes de Typologie Analytique. Orientation de l'objet et rectangle minimal". *DIALEKTIKÊ. Cahiers de Typologie Analytique*, Centre de Palethnologie stratigraphique Eruri, 32-53.
- LEROI-GOURHAN, A. (1964): *La Préhistoire*. Presses Universitaires de France, Paris.
- LE ROUX, J. P. (2004): "A Hydrodynamic classification of grains shapes". *Journal of Sedimentary Research*, 74(1): 135-143.
- LÜTTIG, G. (1956): "Eine neue, einfache gerölmorphometrische methode". *Eiszeitalter Gegenwart*, 7:13-20.
- MAYER, T. (1758): "Von Meßung der Farben". *Göttingische Anzeigen*, 147(2): 1385-1359.
- MCLANE, M. (1995): *Sedimentology*, Oxford University Press, New York, Oxford.
- MÖBERG, C. A. (1964): *Counting and measuring non-tool flint flakes*, Göteborgs Arkeologiska Museum, 23 pp.
- PITTS, M. W. (1978): "On the Shape of Waste Flakes as an Index of Technological Change in Lithic Industries". *Journal of Archaeological Science*, 5: 17-37.
- SNEED, E. D. y FOLK, R.L. (1958): "Pebbles in the Lower Colorado River, Texas: a study in particle morphogenesis". *Journal of Geology*, 66: 114-150.

- STOKES, G. G. (1891): On a graphical representation of the results of Dr Alder Wright's experiments on ternary alloys, *Proceedings of the Royal Society of London*, 49: 174-178.
- TARRIÑO, A. (2014): "A new methodology and classification system for describing three-dimensional particle formats: application to clastic lithic products of archaeological and geological origin". *Archaeometry*, doi:10.1111/arcm.12142.
- THOMAS, G. (1973): "Premières elements pour servir a l'analyse typologique des galets aménagés". *DI-ALEKTIKĒ. Cahiers de Typologie Analytique*. Centre de Palethnologie stratigraphique Eruri, 43-52.
- UDDEN, J. A. (1914): "Mechanical composition of clastic sediments". *Geological Society of America Bulletin*, 25: 655-744.
- WADELL, H. (1932): "Volume, shape and roundness of rock particles". *Journal of Geology*, 40: 443-451.
- WENTWORTH, C. K. (1922a): "A scale of grade and class terms for clastic sediments". *Journal of Geology*, 30: 377-392.
- WENTWORTH, C. K. (1922b): "A method of measuring and plotting the shapes of pebbles". *Bull U S Geol Survey*, 730C: 91-114.
- WENTWORTH, C. K. (1936): "An Analysis of the Shapes of Glacial Cobbles". *Journal of Sedimentary Petrology*, 6: 85-96.
- WILKINSON, L. (2005): *The Grammar of Graphics*, Springer.
- WILLIAMS, E. M. (1965): "A method of indicating pebble shape with one parameter". *Journal of Sedimentary Petrology*, 35: 993-996.
- ZINGG, T. (1935): "Beitrag zur schotteranalyse". *Schweiz Mineral. Petrog. Mitt.*, 15: 39-140.